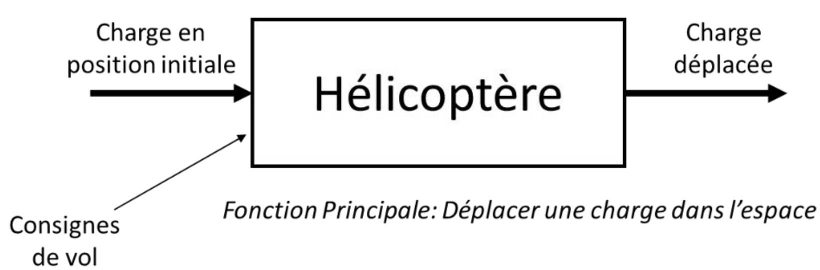
TD 6
Servocommande d'hélicoptère

I) Présentation du système

L'hélicoptère est un giravion dont la sustentation est assurée par un rotor ou ensemble de pales tournant autour d'un axe sensiblement vertical. Ce rotor, entraîné par un moteur, assure à la fois la sustentation et la propulsion de l'hélicoptère. Ce dernier est donc capable de vol stationnaire, de décollage et atterrissage vertical, et de déplacement dans toutes les directions. Un rotor auxiliaire nécessaire à la stabilisation de l'appareil est placé à l'extrémité du fuselage.



Le système Hélicoptère

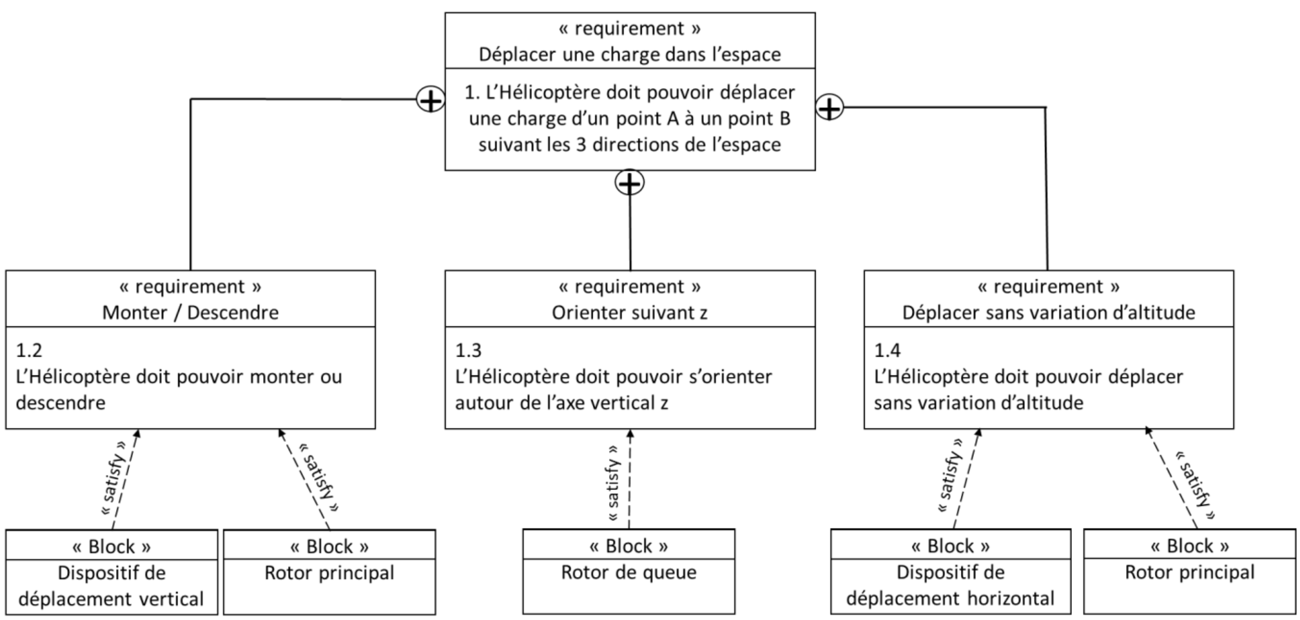
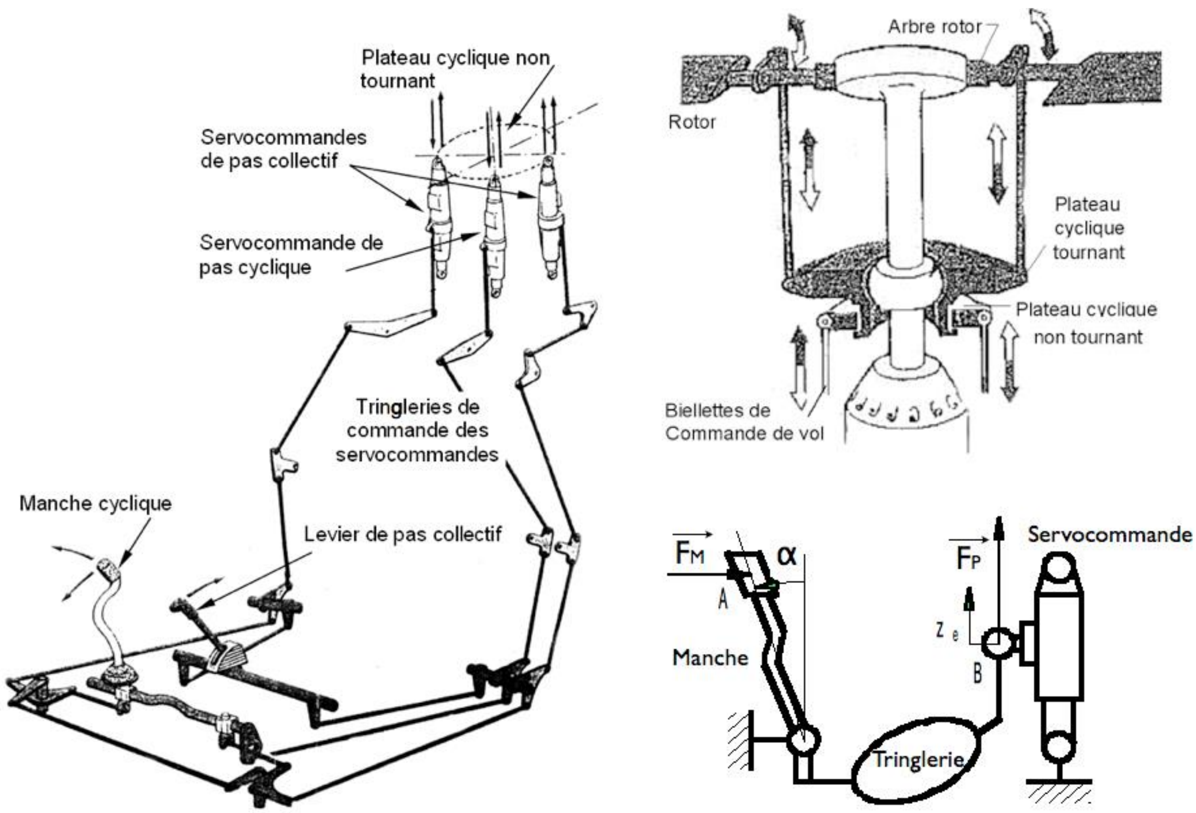


Diagramme des exigences

<u>OBJECTIF :</u> L'objectif de ce TD est d'évaluer les performances d'un tel système muni d'un servomoteur par rapport au cahier des charges.

II) Contrôle des déplacements dans le plan horizontal

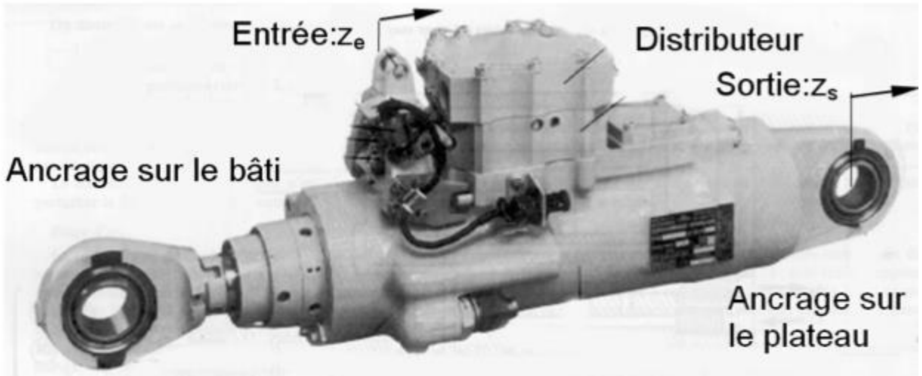
Pour déplacer l'hélicoptère dans un plan horizontal, le pilote agit sur un manche dit « de pas cyclique ». Ce manche agit par l'intermédiaire d'une tringlerie sur une servocommande. Cette dernière exerce par son actionneur un effort sur le plateau cyclique, mécanisme chargé de faire varier l'angle de pas des pales de manière continue sur un tour de rotor.

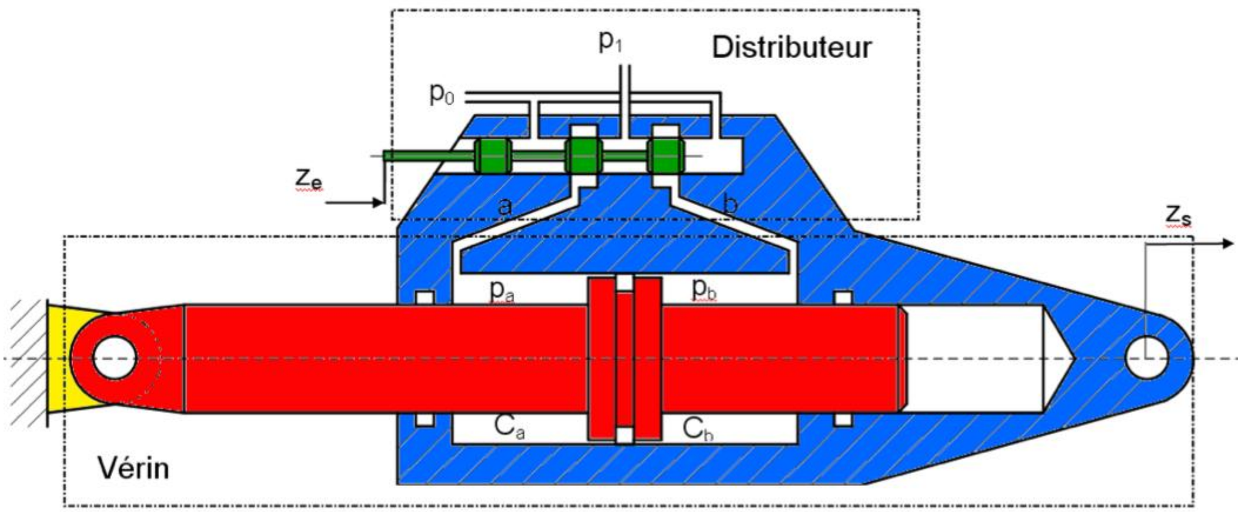


Fonctionnement de la commande d'un hélicoptère

En entrée, l'action du pilote sur le manche, modélisée par une force $\overrightarrow{F_M}$ en A, provoque la rotation du manche par rapport au fuselage d'un angle α. En sortie, la tringlerie exerce un effort modélisé par la force $\overrightarrow{F_P}$ en B et déplace le point B de la quantité z_e. La liaison en B peut être réalisée directement avec le plateau (cas d'hélicoptères légers) ou par l'intermédiaire d'un dispositif hydraulique appelé servocommande.

III) Fonctionnement de la servocommande





La servocommande ci-dessus est un système d'asservissement en position, à entrée mécanique. Elle est composée d'un distributeur à tiroir pilotant un vérin à corps mobile. Le tiroir du distributeur reçoit la consigne z_e, provenant directement du mouvement du manche via la tringlerie. Ce tiroir coulisse dans le corps du distributeur et met en communication chacune des deux conduites a et b avec la pression d'alimentation p_1, fournie par une pompe électro-mécanique associée à un réservoir local, ou la pression de retour p_0 ($p_1 >> p_0$). Ces différentes manœuvres ont pour effet de mouvoir le vérin. Celui-ci agit donc directement sur l'orientation du plateau (et donc des pales) en effectuant un déplacement z_s du point C.

Question 1 : Analyser ce système et expliquer qualitativement son fonctionnement. Notamment, vous considérerez, à partir de la figure précédente, une modification de la consigne z_e dans le sens positif, puis négatif. Pour chaque configuration, vous indiquerez l'évolution des pressions p_a et p_b et de la sortie z_s.

Question 2 : Quelles sont les grandeurs de perturbation possibles pour ce processus ?

IV) Analyse du comportement

Pour satisfaire l'exigence 1.2 « Monter ou descendre », il est nécessaire que l'asservissement réponde aux critères suivants :

- Précision : écart statique nul.
- Stabilité : marge de phase 40° (voir cours de 2nd semestre).
- Rapidité : $t_{5\%} \leq 1.10^{-2}\ s$.
- Amortissement : dépassement inférieur à 5 %.

IV.1) Premier modèle

On soumet la servocommande à un échelon de position z_e d'amplitude z_0: $z_e(t) = z_0 u(t)$. Un premier modèle permet de montrer que le fonctionnement de la servocommande est régi par l'équation différentielle suivante :

$$\boldsymbol{0,01.\frac{dz_s(t)}{dt} + z_s(t) = 1,1.z_e(t) \quad avec \quad z_s(t=0) = 0}$$

On souhaite résoudre cette équation différentielle d'ordre 1 en utilisant la méthode numérique d'Euler.

Principe de la méthode d'Euler

On cherche à déterminer les fonctions $y : I \to \mathbb{R}$ qui vérifient l'équation différentielle du premier ordre :

$y' = f(y,t)$ avec $y_0 = y(t_0)$

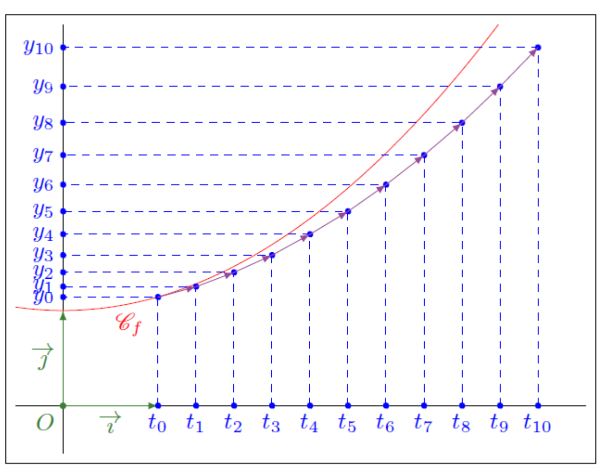
Partant d'une valeur approchée de y_i de $y(t_i)$, il suffit de suivre la tangente en (t_i, y_i) jusqu'à l'abscisse t_{i+1}.

L'ordonnée est alors une valeur approchée de $y(t_{i+1})$ que l'on appelle y_{i+1}.

L'équation de la tangente en $(t_i, y(t_i))$ est : $y = y(t_i) + (t - t_i).y'(t_i)$

Ainsi en prenant $t = t_{i+1}$, on obtient : $\boldsymbol{y(t_{i+1}) \approx y_i + h.y'(t_i)}$

en choisissant $h_i = t_{i+1} - t_i$ = pas de temps.



Une autre manière de voir les choses est de considérer que lorsque la valeur de $h_i = t_{i+1} - t_i$ est « suffisamment petite », on peut écrire :

$$y\,'(t_i) \approx \frac{y(t_{i+1}) - y(t_i)}{t_{i+1} - t_i} \approx \frac{y_{i+1} - y_i}{h_i}$$

Ce qui nous donne encore une fois : $y(t_{i+1}) \approx y_i + h.y'(t_i)$

Comme y vérifie l'équation $y\,' = f(y,t)$, on a $y\,'(t_i) = f(y(t_i), t_i) \approx f(y_i, t_i)$

On obtient alors :

$$y(t_{i+1}) \approx y_i + h.f(y_i, t_i)$$

La suite des approximations $(y_i)_{0\le i\le n}$ peut alors être définie par la relation de récurrence :

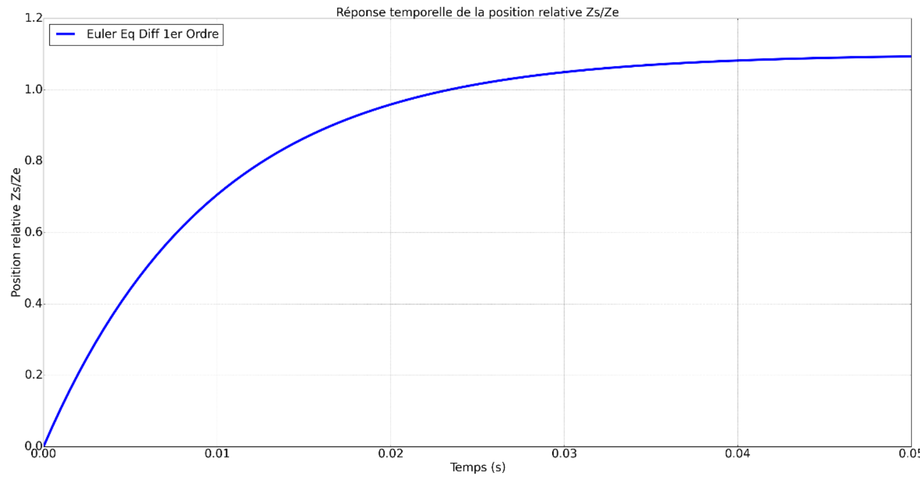
$$\boldsymbol{\forall i \in [\![0, n-1]\!], \qquad y_{i+1} \approx y_i + h.f(y_i, t_i)}$$

<u>Question 3 :</u> Pour l'équation de la servocommande étudiée, déterminer la fonction f utile pour appliquer la méthode d'Euler décrite précédemment.

<u>Question 4 :</u> Compléter le code fourni ci-après (**ligne 2 et lignes 9 à 12**) pour obtenir une approximation de la solution de l'équation différentielle d'ordre 1.

```
 1 def f(y,t): # Définition de la fonction f
 2     return                     # A COMPLETER
 3 
 4 def Euler(f, y0, Listet): # Méthode d'Euler
 5     t0 = Listet[0]
 6     y = y0
 7     Listey = [y]
 8     for k in range(1,len(Listet)):
 9                               # A COMPLETER
10                               # A COMPLETER
11                               # A COMPLETER
12                               # A COMPLETER
13     return Listey
14 
15 (a,b) = (0,0.05) # Définition de l'intervalle d'étude
16 n = 100 # Nombre de points
17 y0 = 0 # Condition initiale
18 
19 Listet = [a+i*(b-a)/n for i in range(n+1)] # Liste des temps
20 Listey = Euler(f, y0, Listet) # Liste des positions
21 
22 plt.plot(Listet,Listey,'b-',linewidth=6,label="Euler Eq Diff 1er Ordre")
23 plt.legend(loc=2,fontsize=30)
24 plt.xlim(a,b)
25 plt.ylabel('Position relative Zs/Ze',fontsize=30)
26 plt.xlabel("Temps (s)",fontsize=30)
27 plt.title("Réponse temporelle de la position relative Zs/Ze",fontsize=30)
28 plt.grid(which="both")
29 plt.tick_params(axis = 'both', labelsize = 30)
30 plt.show()
```

La résolution numérique de l'équation différentielle en utilisant la méthode d'Euler permet d'obtenir le graphique suivant.



<u>Question 5 :</u> Conclure sur la modélisation adoptée (équation différentielle du premier ordre) vis-à-vis des différents critères de performance du cahier des charges.

IV.2) Second modèle

Afin d'améliorer les performances de la servovalve, un modèle plus précis est réalisé.

On soumet toujours la servocommande à un échelon de position z_e d'amplitude z_0: $z_e(t) = z_0 u(t)$. Le second modèle permet de montrer que le fonctionnement de la servocommande est régi par l'équation différentielle suivante :

$$\mathbf{3.10^{-3}.\frac{d^2 z_s(t)}{dt^2} + 10^{-5}.\frac{dz_s(t)}{dt} + z_s(t) = z_e(t) \quad avec \quad z_s(t=0) = 0 \;\; et \;\; \frac{dz_s}{dt}(t=0) = 0}$$

On souhaite résoudre cette équation différentielle d'ordre 2 en utilisant la méthode d'Euler.

On peut ramener la résolution de cette équation différentielle à la résolution d'une équation différentielle du premier ordre à valeurs dans $\mathbb{R}^2$. Il suffit de poser $Y = \begin{pmatrix} y \\ y' \end{pmatrix}$. On a alors : $Y' = \begin{pmatrix} y' \\ y'' \end{pmatrix}$.

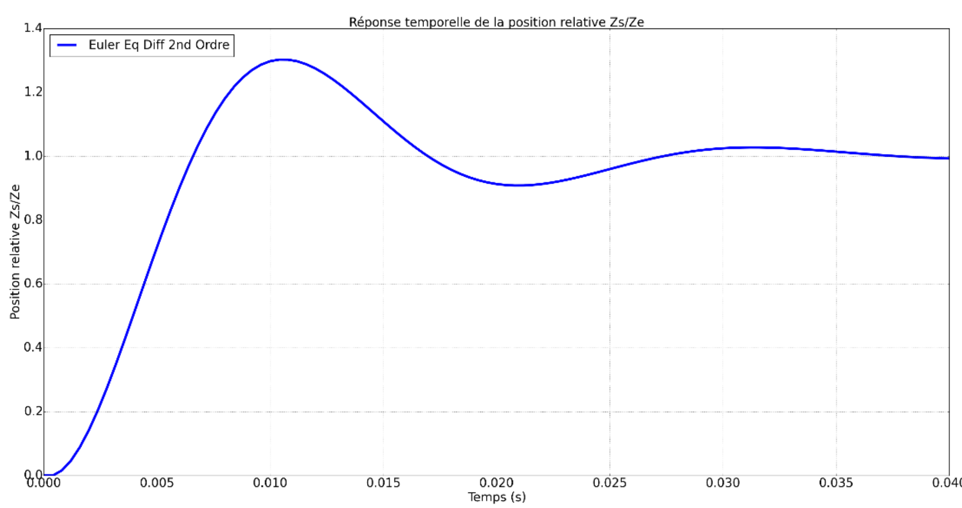
Y vérifie alors une équation différentielle du premier ordre qui peut s'écrire sous la forme $Y' = F(Y, t)$ où $F: \mathbb{R}^2 \times I \rightarrow \mathbb{R}^2$ peut s'exprimer à partir de f.

<u>Question 6 :</u> Pour l'équation de la servocommande étudiée, déterminer la fonction F utile pour appliquer la méthode d'Euler adaptée précédemment.

<u>Question 7 :</u> Compléter le code fourni ci-après (**lignes 2 et 3 et lignes 10 à 13**) pour obtenir une approximation de la solution de l'équation différentielle d'ordre 2.

```
1  def F(Y,t): # Définition de la fonction F
2                                                # A COMPLETER
3      return                                    # A COMPLETER
4
5  def Euler(F, Y0, Listet): # Méthode d'Euler (attention, on travaille ici sur des vecteurs!)
6      t0 = Listet[0]
7      Y = Y0
8      ListeY = [Y]
9      for k in range(1,len(Listet)):
10                                   # A COMPLETER
11                                   # A COMPLETER
12                                   # A COMPLETER
13                                   # A COMPLETER
14     return np.array(ListeY)
15
16 (a,b) = (0,0.04) # Définition de l'intervalle d'étude
17 n = 100 # Nombre de points
18 Y0 = [0,0] # Conditions initiales
19
20 Listet = [a+i*(b-a)/n for i in range(n+1)] # Liste des temps
21 Listey = [Euler(F, Y0, Listet)[i][0] for i in range(n+1)] # Liste des positions : 0 --> y et 1--> y'
22
23 plt.plot(Listet,Listey,'b-',linewidth=6,label="Euler Eq Diff 2nd Ordre")
24 plt.legend(loc=2,fontsize=30)
25 plt.xlim(a,b)
26 plt.ylabel('Position relative Zs/Ze',fontsize=30)
27 plt.xlabel("Temps (s)",fontsize=30)
28 plt.title("Réponse temporelle de la position relative Zs/Ze",fontsize=30)
29 plt.grid(which="both")
30 plt.tick_params(axis = 'both', labelsize = 30)
31 plt.show()
```

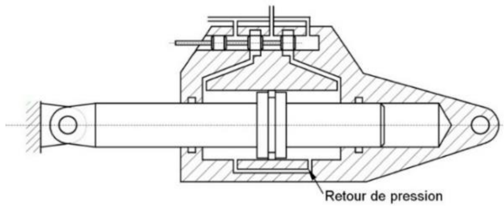
La résolution numérique de l'équation différentielle en utilisant la méthode d'Euler permet d'obtenir le graphique suivant.



<u>Question 8 :</u> Conclure sur la modélisation adoptée (équation différentielle du second ordre) vis-à-vis des différents critères de performance du cahier des charges.

IV.3) Troisième modèle

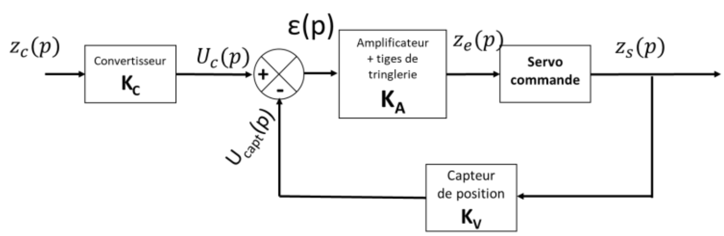
Afin d'améliorer les performances du système, la servocommande est équipée d'un dispositif de correction dit à « retour de pression » (lien entre les deux chambres).



Ce dispositif est constitué d'une canalisation de petite section qui relie les deux chambres du vérin. Il permet de « compenser » le débit d'huile introduit par le distributeur au cours d'un dépassement de position (oscillation).

<u>Question 9 :</u> Expliquer qualitativement les conséquences de l'ajout de ce retour sur les performances du système.

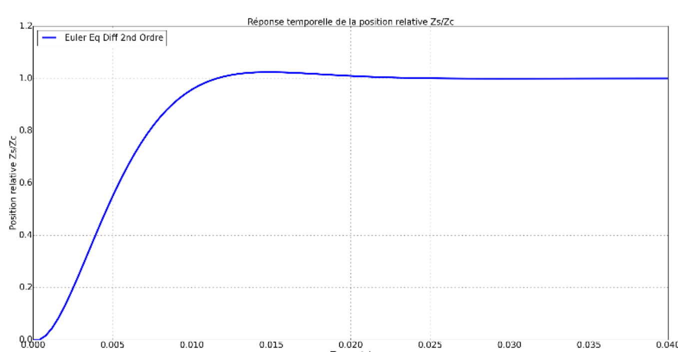
Pour diminuer nettement les oscillations et augmenter le temps de réponse du système, en plus de l'amélioration précédente, le système étudié est également asservi (schéma bloc ci-dessous).



<u>Question 10 :</u> Montrer que l'on doit avoir $K_v = K_c$ pour avoir un asservissement cohérent.

On soumet alors ce nouveau système à un échelon de position z_c d'amplitude z_0: $z_c(t) = z_0 u(t)$.

La courbe relative à la réponse temporelle est donnée sur la figure suivante :



<u>Question 11 :</u> Conclure quant à la qualité de cet asservissement vis-à-vis des différents critères de performance du cahier des charges.