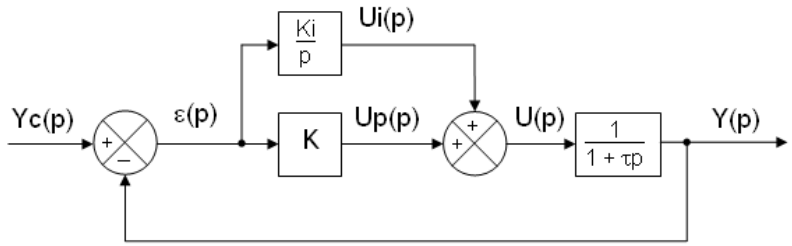
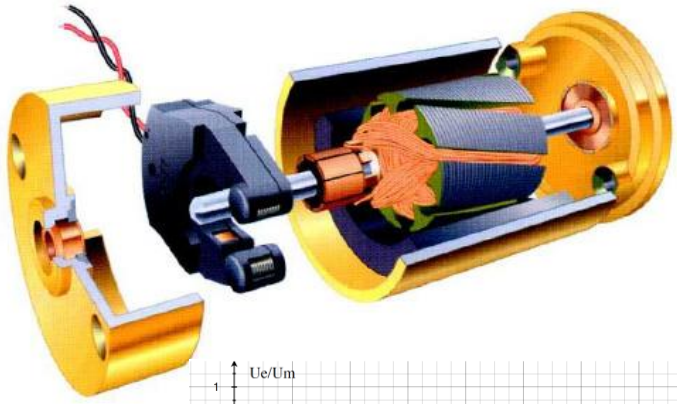
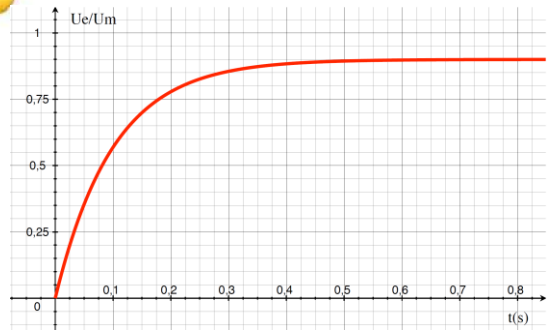
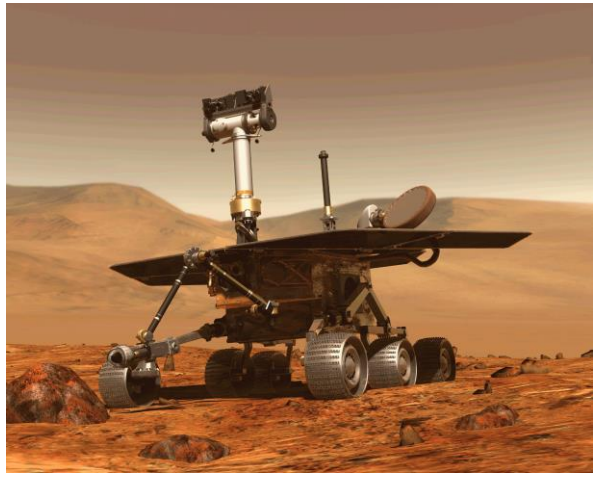
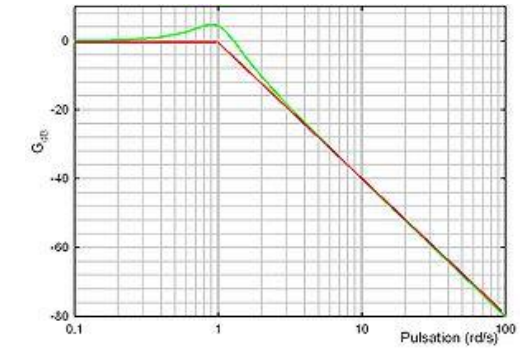
Précision & Stabilité

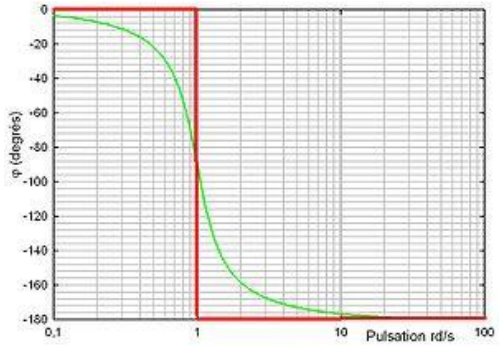












Précision & Stabilité

Compétences attendues :

- ✓ Vérifier la cohérence du modèle choisi en confrontant les résultats analytiques et/ou numériques aux résultats expérimentaux.
- ✓ Proposer une démarche permettant d'évaluer les performances des systèmes asservis.
- ✓ Déterminer les performances d'un système asservi.

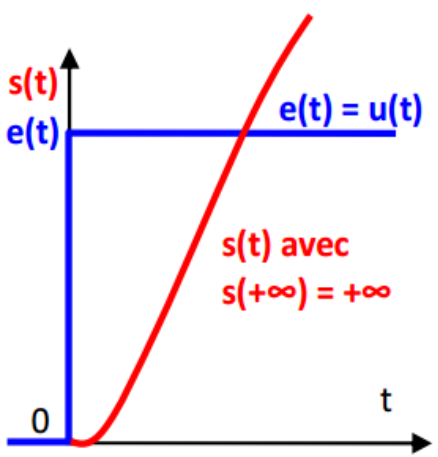
SLCI

Rappels : Qualités d'un asservissement

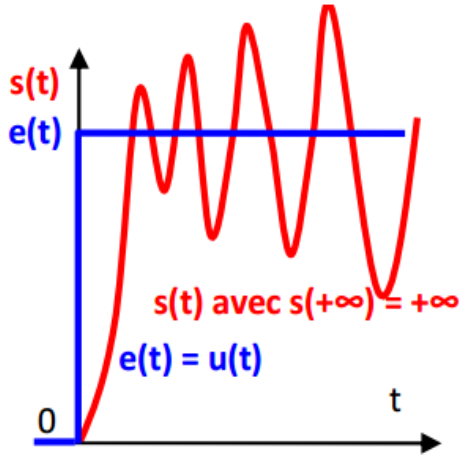
<u>La stabilité</u> → Variations autour de la réponse attendue.

Système **stable → en position d'équilibre → soumis à un Dirac → revient à cette même position d'équilibre stable**.

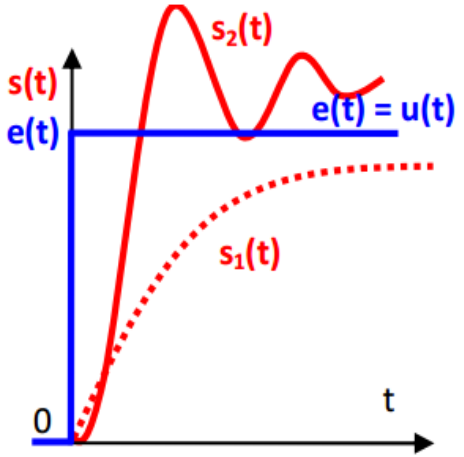
Système **stable → Entrée bornée → Sortie bornée.**



Réponse s(t) à un échelon e(t) d'un système instable



Réponse s(t) à un échelon e(t) d'un système instable



Réponses $s_1(t)$ et $s_2(t)$ à un échelon e(t) de 2 systèmes stables

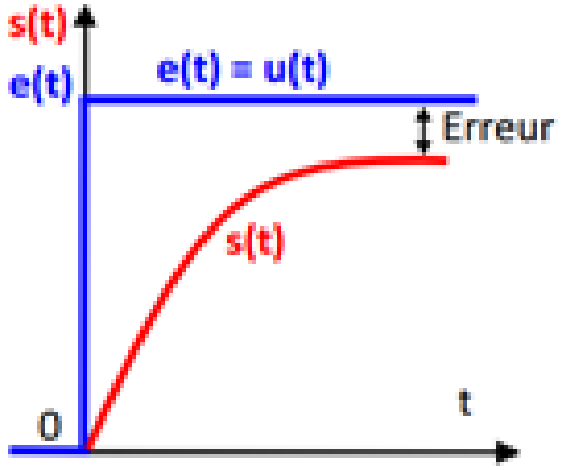
SLCI

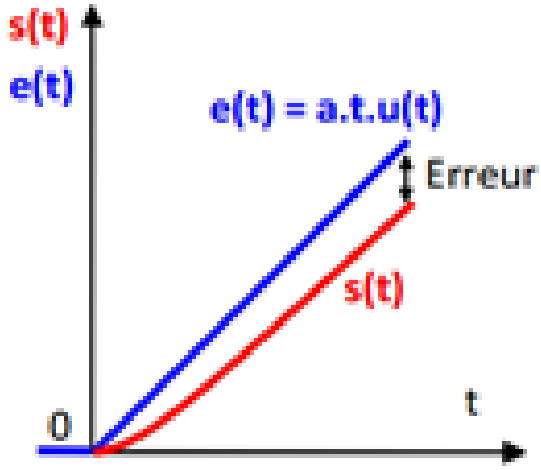
Rappels : Qualités d'un asservissement

<u>La précision</u> → Différence entre la consigne imposée et la réponse obtenue.

Système **précis → Différence entre la réponse attendue et la consigne imposée → aussi petite que l'on veut.**

Ecart en sortie de comparateur → bon indicateur.



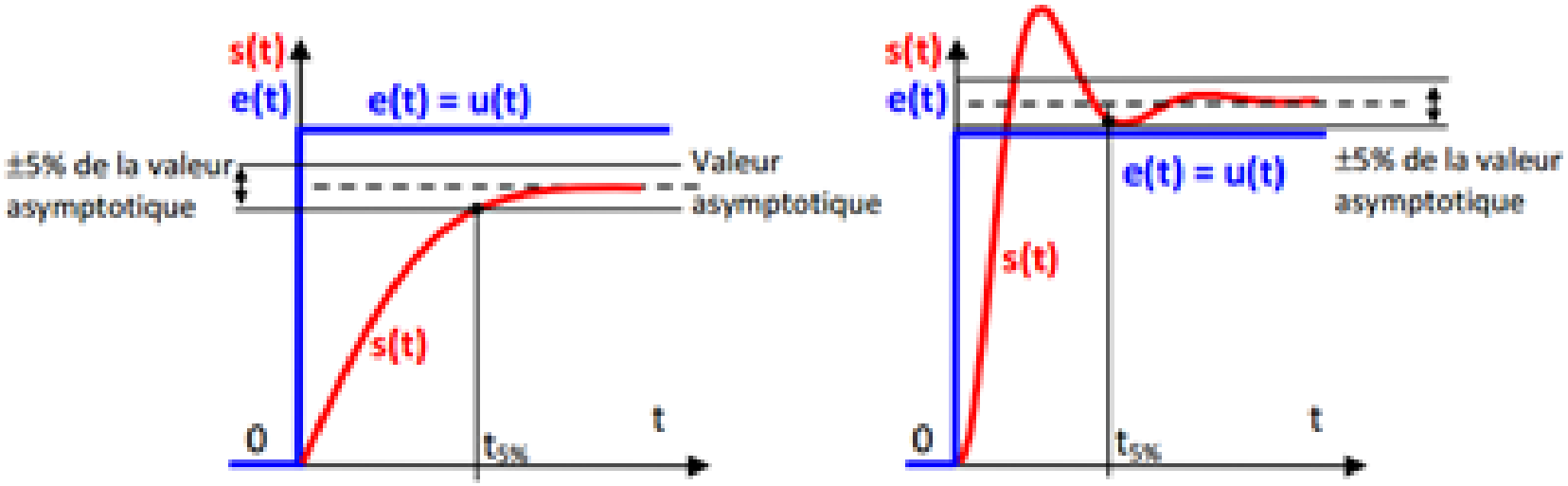


SLCI

Rappels : Qualités d'un asservissement

<u>La rapidité</u> → mesurée par le temps de réponse à 5%.

La rapidité → **évaluée à partir de la pulsation propre** (= plage de fréquence sur laquelle le système peut être assimilé à un gain pur).



SLCI

Rappels : Qualités d'un asservissement

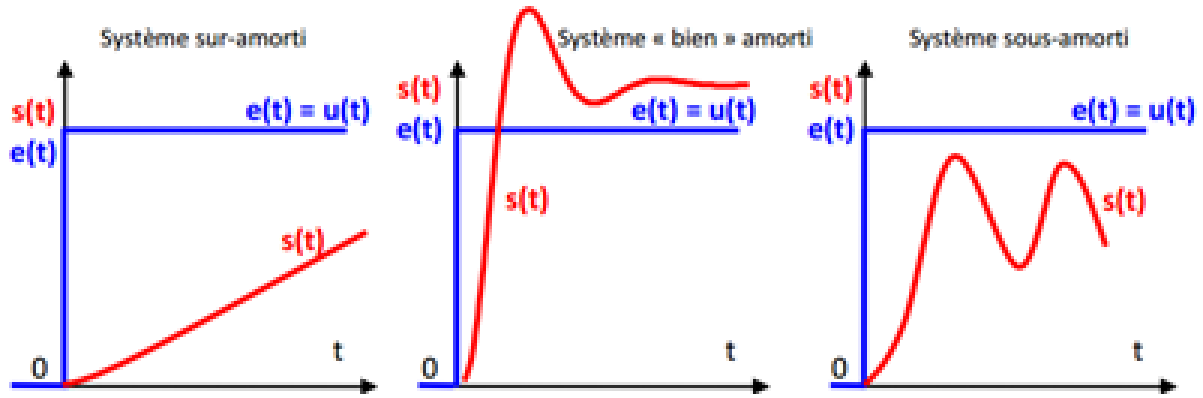
<u>L'amortissement</u> → Capacité à atteindre rapidement et avec un minimum d'oscillations la valeur finale.

<u>L'amortissement</u> → **Valeur (en % de la valeur finale) du premier dépassement de la réponse indicielle**.
→ Dépend du coefficient d'amortissement (2nd ordre) :

z = 1 : meilleur temps de réponse sans dépassement en temporel

z = 0.69 : meilleurs $tr_{5\%}$ avec dépassement en temporel

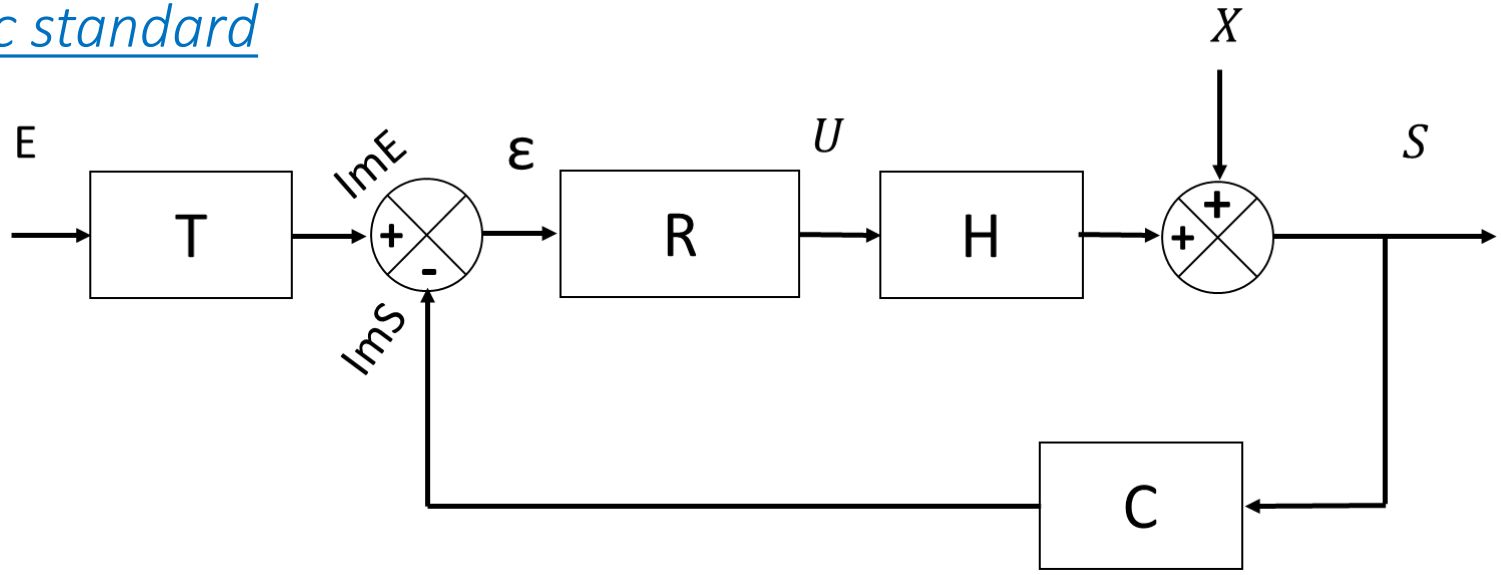
$z < \sqrt{2}/2$: résonance en fréquentiel



SLCI

Les différentes lois de commande

Schéma bloc standard



E : Consigne

S : Sortie de processus

ImE : Image de la consigne

ImS : Image de la sortie

E : Ecart

U : signal de commande

X : perturbation

T : Transducteur

R : Régulateur ou Correcteur

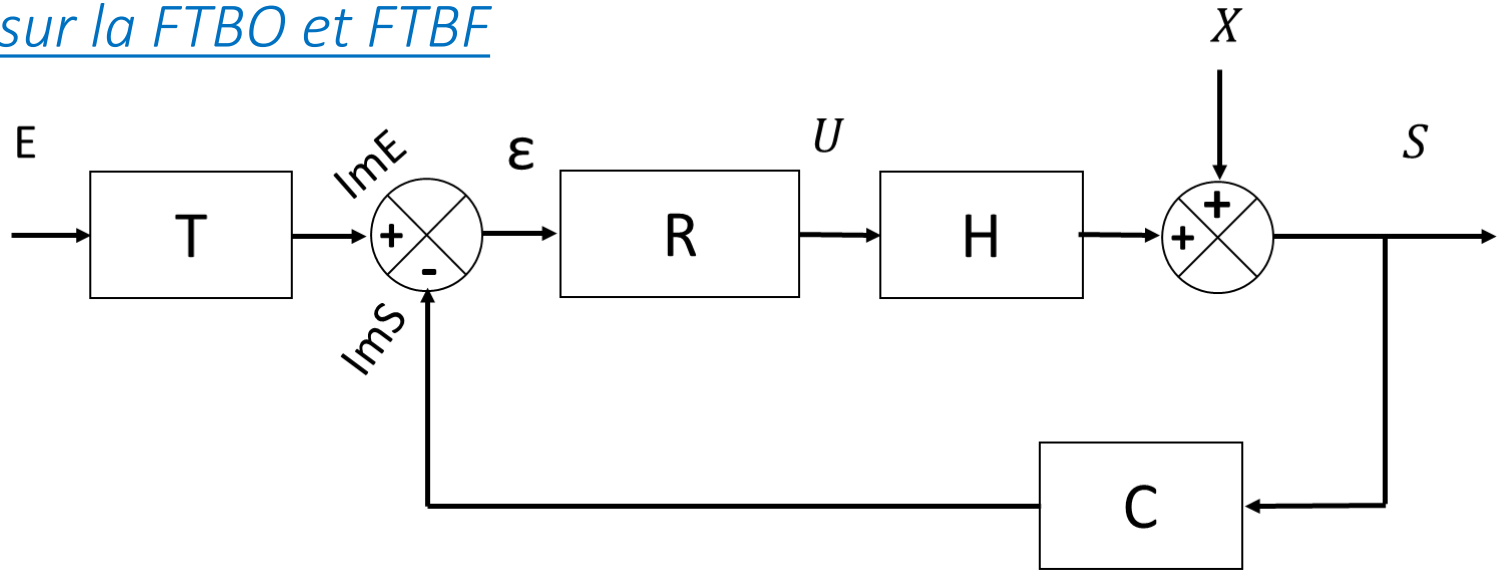
C : Capteur

H : Processus

SLCI

Les différentes lois de commande

Remarques sur la FTBO et FTBF



PRENEZ TOUJOURS GARDE AUX GRANDEURS ENTRE LESQUELLES SONT DEFINIES LA FTBO ET LA FTBF.

SLCI

Les différentes lois de commande

Remarques sur la FTBO et FTBF

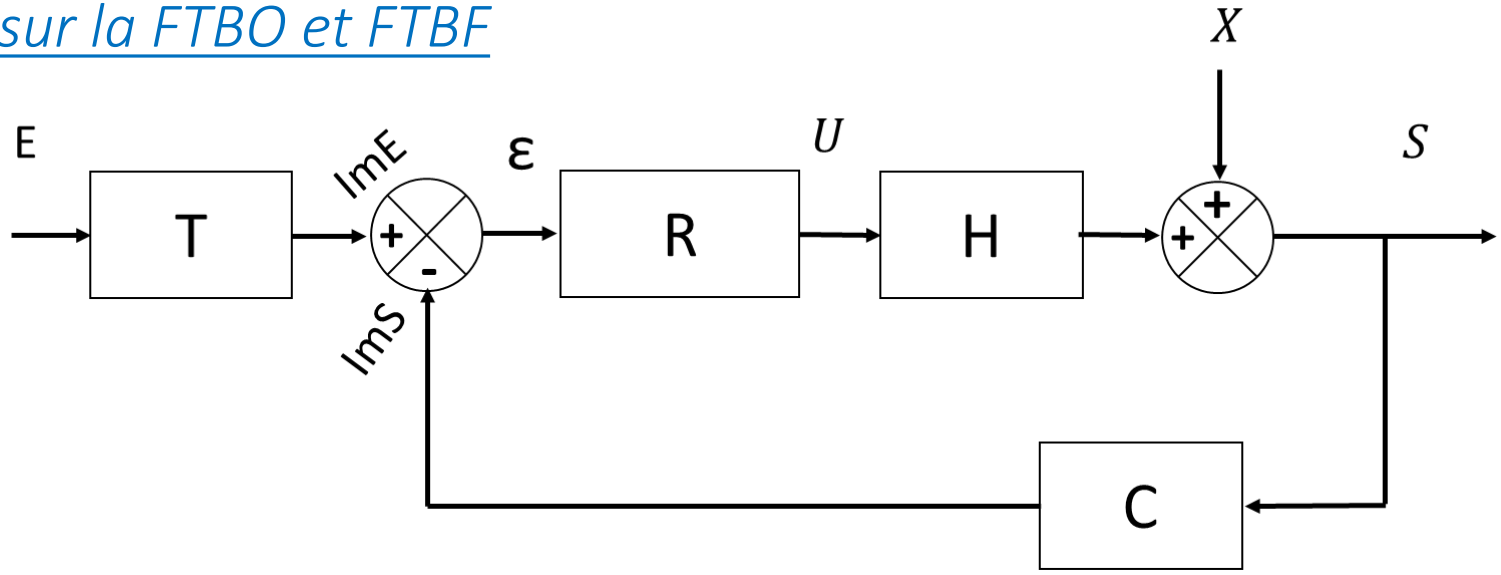
La BO est définie entre (Ecart) et (Image de sortie) :

$$BO(p) = R(p)H(p)C(p)$$

SLCI

Les différentes lois de commande

Remarques sur la FTBO et FTBF



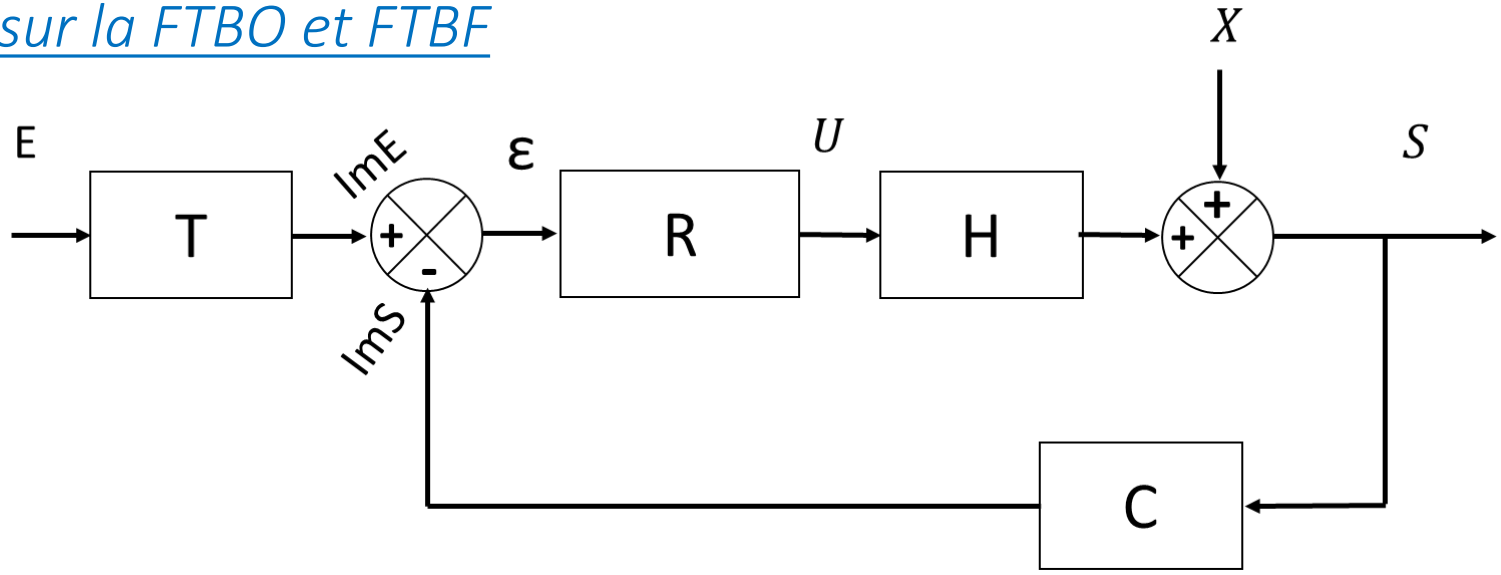
La BF est définie entre (Image consigne) et (Image Sortie), le système étant bouclé :

$$BF_1(p) = \frac{R(p)H(p)C(p)}{1+R(p)H(p)C(p)}$$

SLCI

Les différentes lois de commande

Remarques sur la FTBO et FTBF



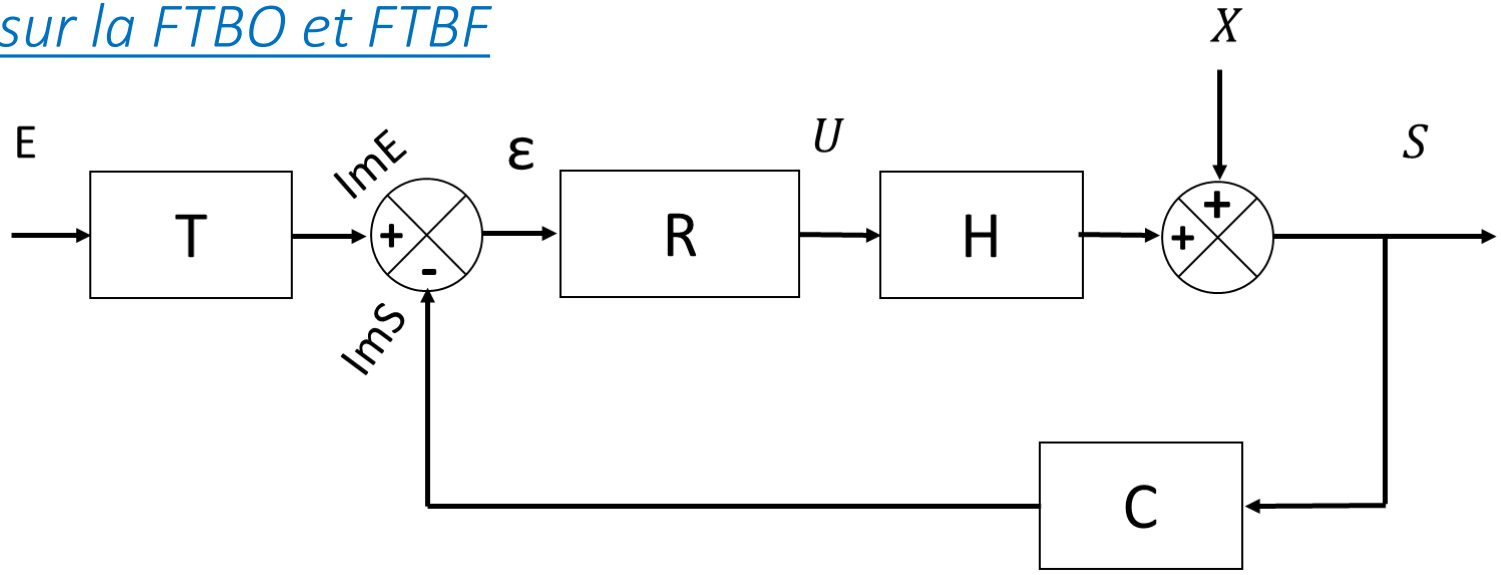
La BF peut aussi être définie entre (Consigne) et (Sortie Processus), le système étant bouclé :

$$BF_2(p) = \frac{T(p)R(p)H(p)}{1 + R(p)H(p)C(p)}$$

SLCI

Les différentes lois de commande

Remarques sur la FTBO et FTBF



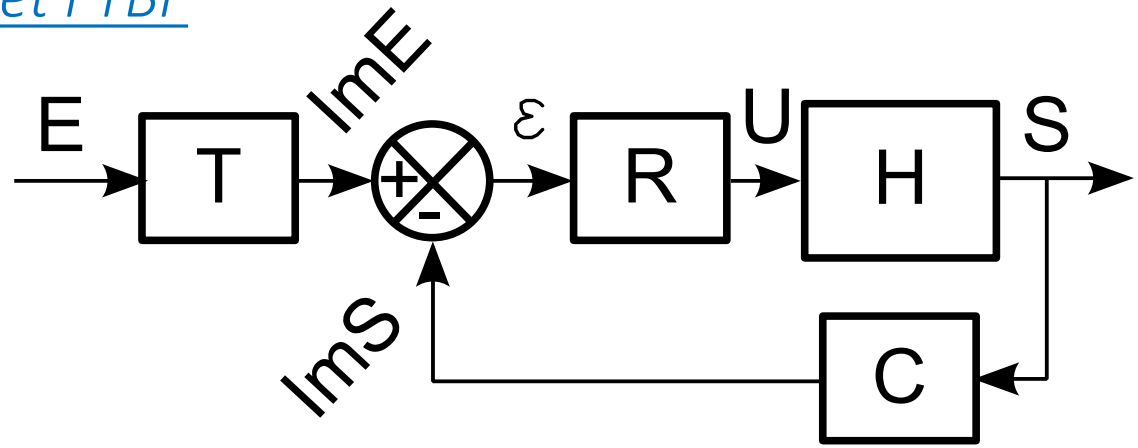
Ecart nul → **Fonction de transfert du capteur a un gain statique identique à celle du transducteur** :

Si [Sortie Processus = Consigne] → [Image Sortie = Image Consigne]. Si T(p) et C(p) sont assimilés à des gains purs : **C = T**

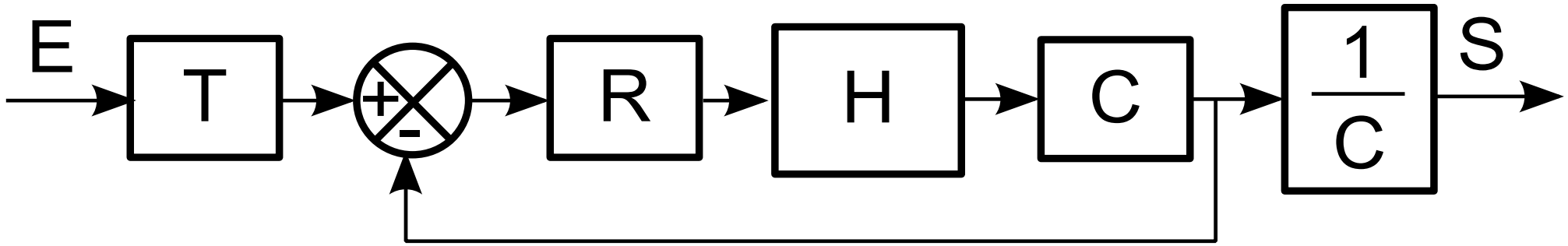
SLCI

Les différentes lois de commande

Remarques sur la FTBO et FTBF



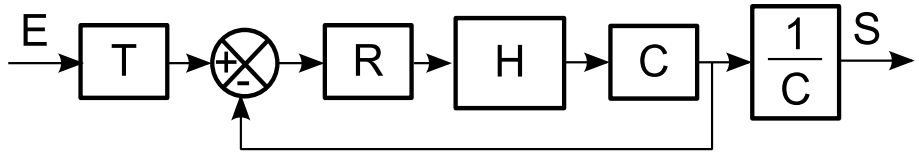
Déplacement des points de prélèvement → **Système à retour unitaire.**



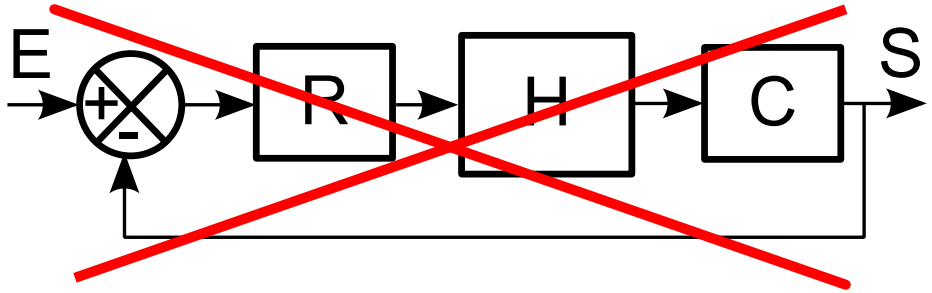
SLCI

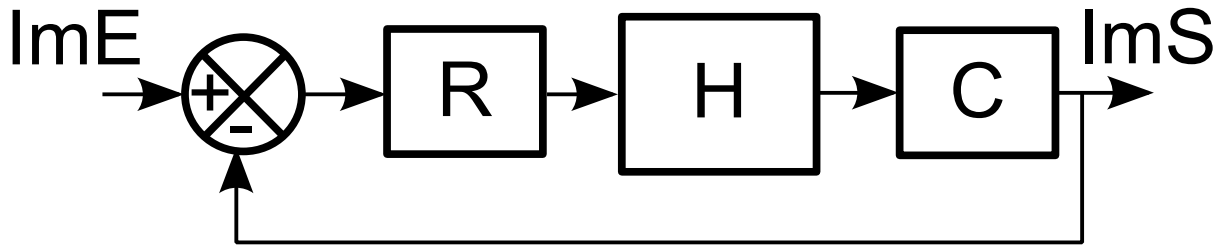
Les différentes lois de commande

Remarques sur la FTBO et FTBF



Si T = C :





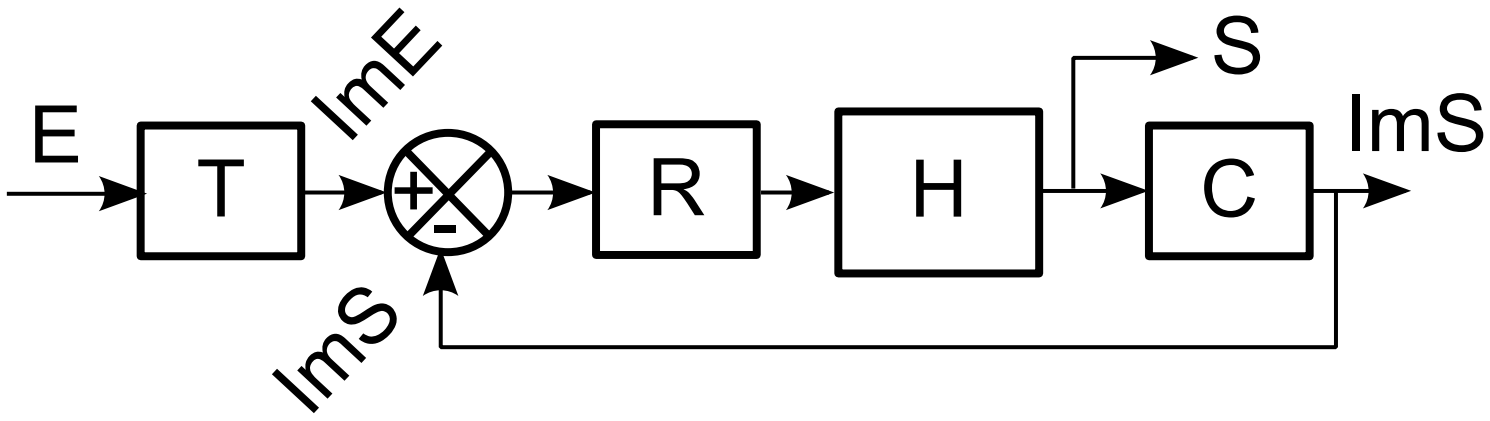
Attention à la nature des grandeurs d'entrée et de sortie même si on a la même FTBF !!

SLCI

Les différentes lois de commande

Remarques sur la FTBO et FTBF

Ouvrages d'automatique → retour unitaire



La façon la plus propre de se placer en retour unitaire est tout simplement de considérer la boucle du point de vue de l'automaticien : entre Images.

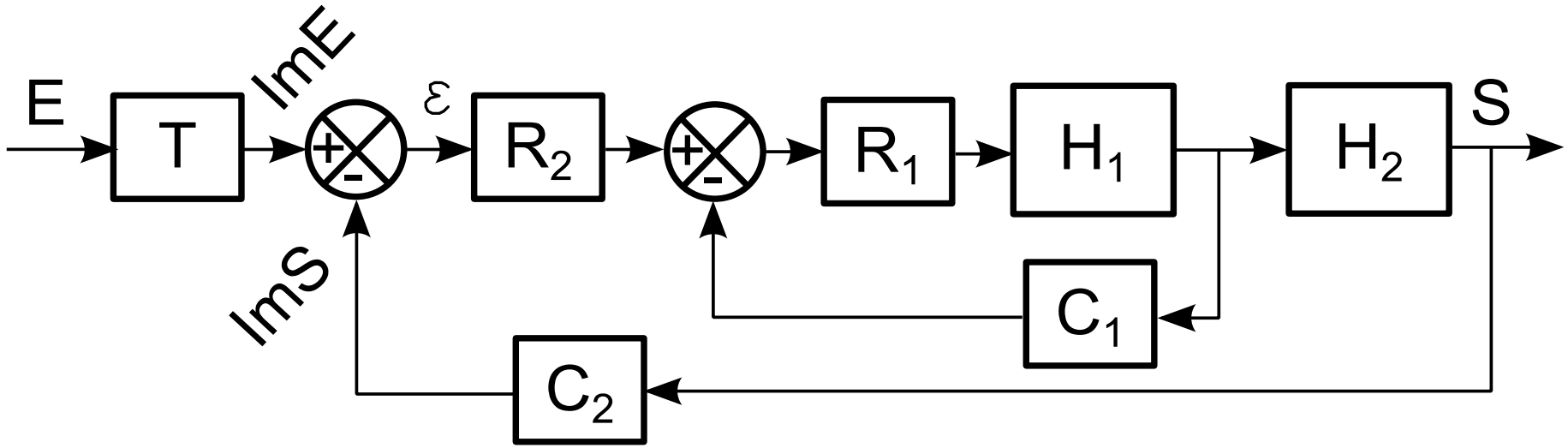
SLCI

Les différentes lois de commande

Remarques sur la FTBO et FTBF

Système → comporte → boucles imbriquées :

Condition de cohérence sur le transducteur → que pour la boucle externe (= boucle de l'asservissement)
→ gain de T(p) égale gain C2(p) (Si gains purs : T = C2)



Remarque : Si on doit régler les différentes boucles, on commencera par les boucles internes.

SLCI

Fonction de transfert associée à un modèle
Formes canoniques et « zéros-pôles »

$$H(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = K_0 \frac{(p-\xi_1)\dots(p-\xi_m)}{(p-p_1)\dots(p-p_n)} = \frac{K}{p^N} \times \frac{(1+c_1 p+\cdots)}{(1+d_1 p+\cdots)}$$

$$H(p) = \frac{K}{p^N} \times \frac{(1+\tau_1 p)\dots(1+\frac{2z_m}{\omega_{0m}}p+\frac{1}{\omega_{0m}^2}p^2)}{(1+T_1 p)\dots(1+\frac{2z_n}{\omega_{0n}}p+\frac{1}{\omega_{0n}^2}p^2)}$$

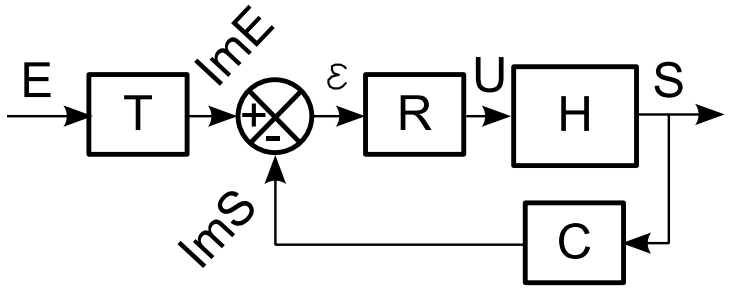
- ξ_i → **zéros** de la FT
- p_i → **pôles** de la FT
- **K** = **gain statique**
- **N** = **classe** de la FT (nombre d'intégrateur purs)
- **n** = **ordre** de la FT

Remarque : **Equation caractéristique de cette fonction : D(p) = 0**

Précision des systèmes asservis

Notion d'erreur

Erreur → évaluée → **en régime permanent**



$$\boldsymbol{Erreur} = \lim_{t\to\infty} \boldsymbol{Erreur}(t) = \lim_{t\to\infty}\big(\boldsymbol{E}(t) - \boldsymbol{S}(t)\big) = \lim_{p\to 0} p(\boldsymbol{E}(p) - \boldsymbol{S}(p))$$

$$\boldsymbol{Ecart} = \lim_{t\to\infty} \boldsymbol{\varepsilon}(t) = \lim_{p\to 0} p\boldsymbol{\varepsilon}(p) = \lim_{p\to 0} p(\boldsymbol{Im}\,\boldsymbol{E}(p) - \boldsymbol{Im}\,\boldsymbol{S}(p))$$

Précision des systèmes asservis

Notion d'erreur

$$\lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p(T(p)E(p) - C(p)S(p))$$

Capteur et Transducteur → même gain statique K_{CT} :

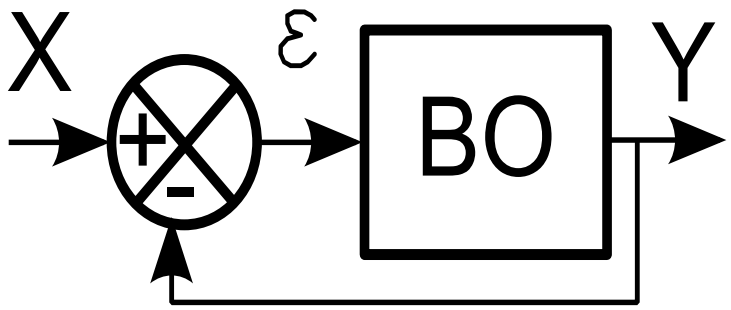
$$\lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p\left(K_{CT}E(p) - K_{CT}S(p)\right) = K_{CT}\lim_{p\to 0} p(E(p) - S(p))$$

L'écart permet de quantifier l'erreur : $Ecart = K_{CT} \times Erreur$

Précision des systèmes asservis

Le retour unitaire : une façon de faire apparaître la BO

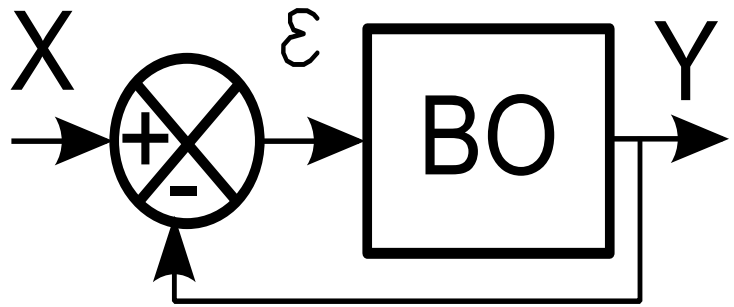
X et Y → images des grandeurs d'entrée E et de sortie S.



Cas général : $BO(p) = \frac{K}{p^N} \times \frac{(1+c_1 p+\cdots)}{(1+d_1 p+\cdots)}$

Précision des systèmes asservis

Le retour unitaire : une façon de faire apparaître la BO



$$\varepsilon(p) = X(p).\frac{1}{1+BO(p)}$$

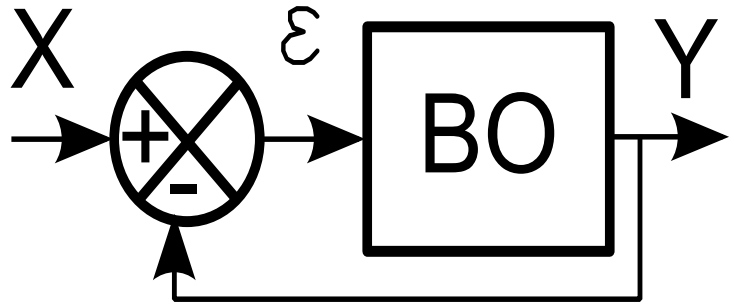
car $\varepsilon(p) = X(p) - Y(p)$

et $Y(p) = BO(p).\varepsilon(p)$

d'où $\varepsilon(p).(1 + BO(p)) = X(p)$

Précision des systèmes asservis

Le retour unitaire : une façon de faire apparaître la BO

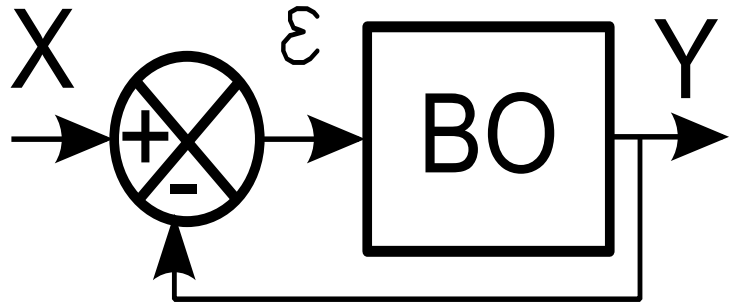


$$\lim_{t\to\infty}\varepsilon(t)=\lim_{p\to 0}pX(p).\frac{1}{1+\frac{K}{p^N}\times\frac{(1+c_1p+\cdots)}{(1+d_1p+\cdots)}}=\lim_{p\to 0}X(p).\frac{p^{N+1}(1+d_1p+\cdots)}{p^N(1+d_1p+\cdots)+K\,(1+c_1p+\cdots)}$$

$$\boldsymbol{\lim_{t\to\infty}\varepsilon(t)=\lim_{p\to 0}X(p).\frac{p^{N+1}}{p^N+K}}$$

Précision des systèmes asservis

Le retour unitaire : une façon de faire apparaître la BO



Remarque : (Gain du capteur = K_{CT})

$$\lim_{t\to\infty} Err(t) = \frac{1}{K_{CT}} \lim_{p\to 0} X(p) \frac{p^{N+1}}{p^N + K}$$

Précision des systèmes asservis

Détermination de l'erreur (ou écart) en BF grâce à la BO

Typologie de l'erreur

Erreur $\varepsilon(t)$ → 3 types d'entrée :

$$\lim_{t\to\infty} Err(t) = \frac{1}{K_{CT}} \lim_{p\to 0} X(p) \frac{p^{N+1}}{p^N + K}$$

Précision des systèmes asservis

Détermination de l'erreur (ou écart) en BF grâce à la BO

Typologie de l'erreur – Erreur de position ou erreur statique

Erreur relative → entrée en échelon : $X(t) = A.u(t) \rightarrow X(p) = \frac{A}{p}$

Précision des systèmes asservis

Détermination de l'erreur (ou écart) en BF grâce à la BO

Typologie de l'erreur – Erreur de trainage ou erreur en vitesse

Erreur relative → entrée en rampe : $X(t) = A.t.u(t) \rightarrow X(p) = \frac{A}{p^2}$

Précision des systèmes asservis

Détermination de l'erreur (ou écart) en BF grâce à la BO

Typologie de l'erreur – Erreur dynamique ou erreur en accélération

Erreur relative → entrée parabolique : $X(t) = \frac{A}{2}.t^2.u(t) \rightarrow X(p) = \frac{A}{p^3}$

Précision des systèmes asservis

Détermination de l'erreur (ou écart) en BF grâce à la BO

Quantification de l'écart et de l'écart relatif

$$\boldsymbol{Ecart = \lim_{t\to\infty}(X(t) - Y(t)) = \lim_{p\to 0} X(p)\frac{p^{N+1}}{p^{N}+K}}$$

Précision des systèmes asservis

Détermination de l'erreur (ou écart) en BF grâce à la BO

Quantification de l'écart et de l'écart relatif

$$\boldsymbol{Ecart = \lim_{t\to\infty}(X(t) - Y(t)) = \lim_{p\to 0} X(p)\frac{p^{N+1}}{p^N + K}}$$

On étudie la CLASSE de la BOUCLE OUVERTE pour calculer l'erreur (ou l'écart) en BOUCLE FERMEE.

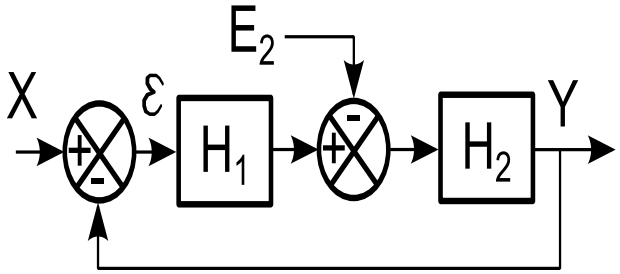
X(p)	Classe 0	Classe 1	Classe 2	Classe 3
	ε	ε	ε	ε
$\frac{A}{p}$	$\frac{A}{K_{BO}+1}$	0	0	0
$\frac{A}{p^2}$	∞	$\frac{A}{K_{BO}}$	0	0
$\frac{A}{p^3}$	∞	∞	$\frac{A}{K_{BO}}$	0

Conclusion : **La classe de la BO suffit à justifier la valeur de l'erreur.**

Précision des systèmes asservis

Détermination de l'erreur (ou écart) en BF grâce à la BO

Position de l'intégrateur : influence sur la précision



avec $H_1(p) = \frac{K_1}{p^\alpha}$ et $H_2(p) = \frac{K_2}{p^\beta}$

Perturbation constante (échelon) : $E_2(p) = \frac{E_2}{p}$

Ecart	Cas 1		Cas 2		Cas 3	
	$\alpha = 0$	$\beta = 0$	$\alpha = 0$	$\beta = 1$	$\alpha = 1$	$\beta = 0$
$\frac{X}{p}$	$X\frac{1}{1+K_1K_2} + E2\frac{K_2}{1+K_1K_2}$		$E2\frac{K_2}{K_1K_2}$		0	
$\frac{X}{p^2}$	$\infty + E2\frac{K_2}{1+K_1K_2}$		$X\frac{1}{K_1K_2} + E2\frac{K_2}{K_1K_2}$		$X\frac{1}{K_1K_2}$	

Précision des systèmes asservis

Détermination de l'erreur (ou écart) en BF grâce à la BO

Conclusions

- Ecart → caractéristique de la FTBF (mais définie grâce à la FTBO)
  Ecart → Erreur au gain du capteur près

- Erreur → diminue → Gain Statique de la FTBO augmente

- **UN INTÉGRATEUR SITUÉ EN AMONT DE LA PERTURBATION DANS LA FTBO ANNULE L'ERREUR DUE À LA PERTURBATION EN ÉCHELON (CONSTANTE)**

  (Perturbation = rampe → 2 intégrateurs)

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : **CRITERE SUR LA BF**

Etude de la réponse à un Dirac : calcul des pôles

Définition : La stabilité peut être évaluée à partir de la réponse à un Dirac : si la réponse converge vers zéro, le système est stable.

Autre définition : Si la réponse à une consigne finie (échelon) converge vers une valeur finie, le système est stable.

→ FT (= caractérisation du système pour une entrée Dirac) → rechercher des critères permettant d'évaluer la stabilité absolue.

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : **CRITERE SUR LA BF**

Etude de la réponse à un Dirac : calcul des pôles

$$H(p) = \sum_i \frac{A_i}{p - p_i}$$ où p_i est un pôle de H(p) et $p_i = \sigma + j\omega$; $A_i = \rho\, e^{j\varphi}$

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : **CRITERE SUR LA BF**

Etude de la réponse à un Dirac : calcul des pôles

1er cas : pi réel

$$L^{-1}\left(\frac{A_i}{p-p_i}\right) = A_i e^{p_i t} u(t)$$

→ réponse « converge » vers 0 si $p_i = \sigma < 0$.

→ Si $p_i = 0$ (classe 1) → réponse à un Dirac → constante ≠ 0 → système diverge

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : **CRITERE SUR LA BF**

Etude de la réponse à un Dirac : calcul des pôles

2e cas : pi complexe

$\overline{p_i}$ → figure forcément dans la décomposition → réponse de la somme :

$$L^{-1}\left(\frac{A_i}{p-p_i}+\frac{\overline{A_i}}{p-\overline{p_i}}\right)=L^{-1}\left(\frac{2a(p-\sigma)-2b\omega}{(p-\sigma)^2+\omega^2}\right)=e^{\sigma t}(2a\cos(\omega t)-2b\sin(\omega t)).u(t)$$

Avec $p_i = \sigma + j\omega$ et $A_i = a + bj$

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : **CRITERE SUR LA BF**

Etude de la réponse à un Dirac : calcul des pôles

2e cas : pi complexe

$$L^{-1}\left(\frac{A_i}{p-p_i}+\frac{\overline{A_i}}{p-\overline{p_i}}\right)=L^{-1}\left(\frac{2a(p-\sigma)-2b\omega}{(p-\sigma)^2+\omega^2}\right)=e^{\sigma t}(2a\cos(\omega t)-2b\sin(\omega t)).u(t)$$

→ Si $\sigma > 0$ → réponse diverge

→ Si $\sigma = 0$ → réponse = sinusoïde pure → instable

→ Si $\sigma < 0$ → réponse « converge » + plus $|\sigma|$ est grande → plus la convergence est rapide

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : **CRITERE SUR LA BF**

Etude de la réponse à un Dirac : calcul des pôles

2e cas : pi complexe

$$L^{-1}\left(\frac{A_i}{p-p_i}+\frac{\overline{A_i}}{p-\overline{p_i}}\right)=L^{-1}\left(\frac{2a(p-\sigma)-2b\omega}{(p-\sigma)^2+\omega^2}\right)=e^{\sigma t}(2a\cos(\omega t)-2b\sin(\omega t)).u(t)$$

Le rôle de p_i est d'autant moins important que $|\sigma|$ est grand

Plus $|\sigma|$ est petit, plus le pôle correspondant est dominant

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : CRITERE SUR LA BF

Etude de la réponse à un Dirac : calcul des pôles

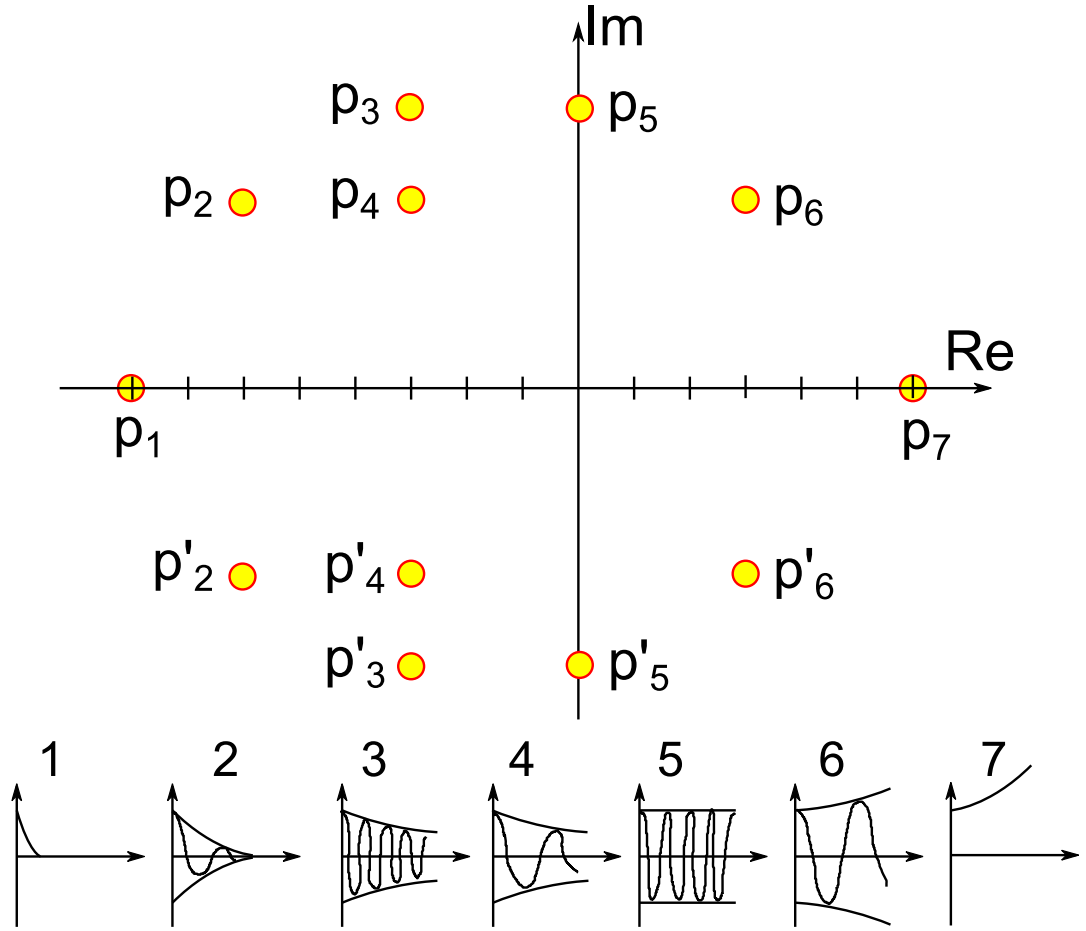
CONCLUSIONS :

- **SYSTÈME STABLE → PARTIES RÉELLES DES PÔLES DE SA FONCTION DE TRANSFERT DOIVENT TOUTES ÊTRE STRICTEMENT NÉGATIVES**
- **INFLUENCE D'UN PÔLE → INVERSEMENT PROPORTIONNELLE À LA VALEUR ABSOLUE DE SA PARTIE RÉELLE**
- **PÔLE DOMINANT → CELUI QUI A LA PLUS PETITE PARTIE RÉELLE (= CELUI QUI DONNE LA PLUS GRANDE CONSTANTE DE TEMPS)**

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : **CRITERE SUR LA BF**

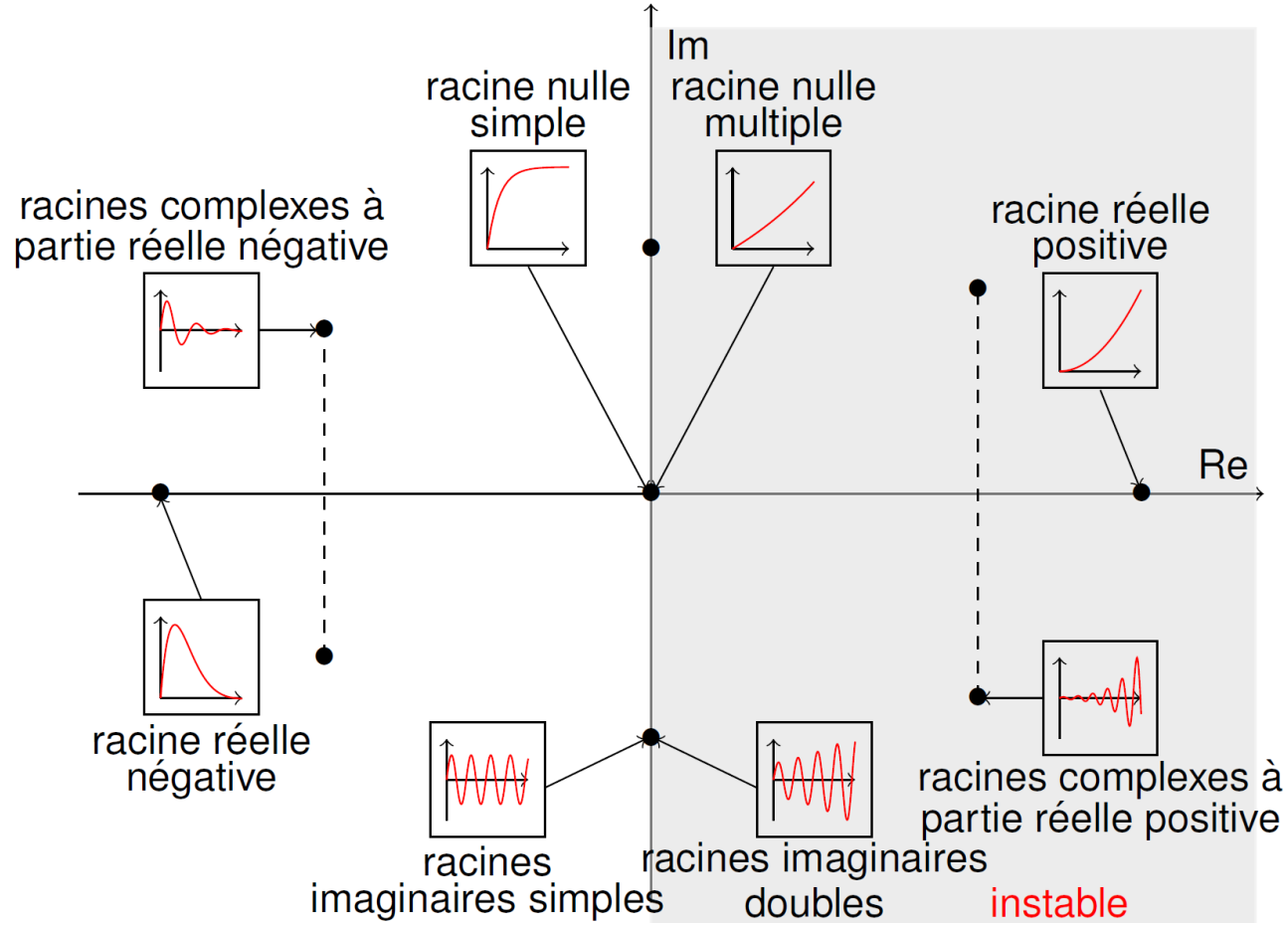
Etude de la réponse à un Dirac : calcul des pôles



Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : **CRITERE SUR LA BF**

Etude de la réponse à un Dirac : calcul des pôles



Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : **CRITERE SUR LA BF**

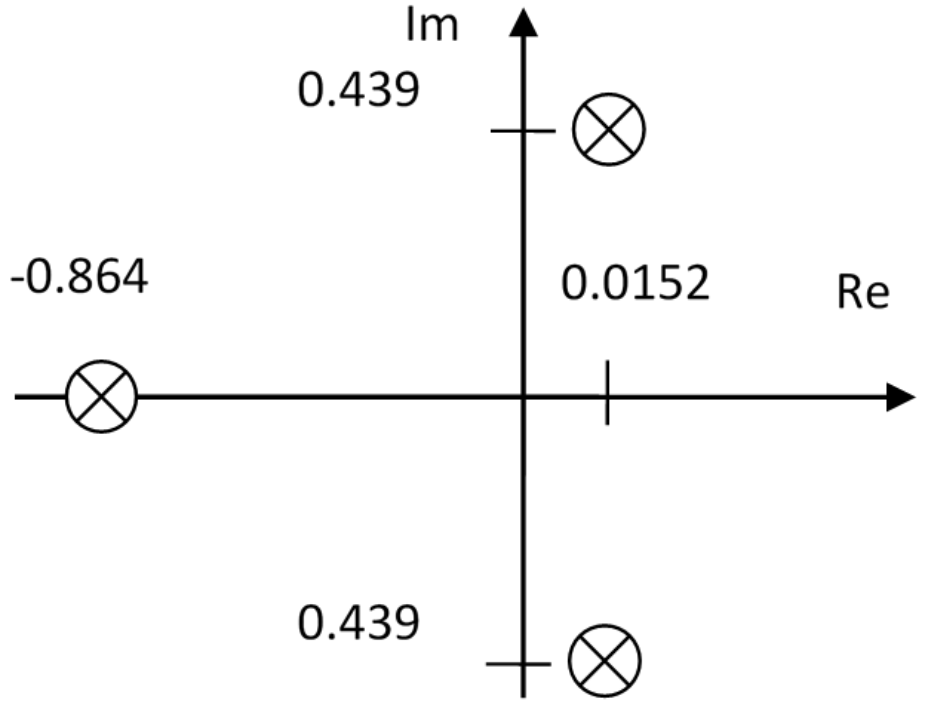
Exemple

$$\textbf{BF :}\ H(p) = \frac{1}{1+p+5p^2+6p^3}$$

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : **CRITERE SUR LA BF**

Exemple – Stabilité absolue : Etude des pôles



Après calcul (et arrondi) :

P1 = -0.8637

P2 = 0.0152+0.439 j

P3 = 0.0152 – 0.439 j

$$H(p) = \frac{1/6}{(p+0.864)(p-0.0152-0.439j)(p-0.0152+0.439j)}$$

$$H(p) = \frac{0.1667}{(p+0.864)((p-0.0152)^2+0.439)} = \frac{A}{p+0.864} + \frac{B+Cp}{(p-0.0152)^2+0.439}$$

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : **CRITERE SUR LA BF**

Exemple – Stabilité absolue : Etude des pôles

Calcul de A, B et C (D.E.S.) :

A = -0.173 ; B = -0.154 ; C = 0.173

→ $H(p) = \frac{-0.173}{p+0.864} + \frac{-0.154+0.173p}{(p-0.0152)^2+0.439}$

(tableau de Laplace) :

$$H(p) = -0.173\frac{1}{p+0.864} + 0.173\frac{p-0.0152}{(p-0.0152)^2+0.439} - 1.99\frac{0.439}{(p-0.0152)^2+0.439}$$

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : **CRITERE SUR LA BF**

Exemple – Stabilité absolue : Etude des pôles

→ Tableau de Laplace :

$$L^{-1}\left(\frac{1}{p+\alpha}\right) = e^{-\alpha t} \;;\; L^{-1}\left(\frac{p+\alpha}{(p+\alpha)^2+\omega^2}\right) = e^{-\alpha t}\cos(\omega t) \;;\; L^{-1}\left(\frac{\omega}{(p+\alpha)^2+\omega^2}\right) = e^{-\alpha t}\sin(\omega t)$$

$$L^{-1}\big(H(p)\big) = -0.173e^{-0.864t} + 0.173e^{-0.0152t}\cos(0.439t) - 1.99e^{0.0152t}\sin(0.439t)$$

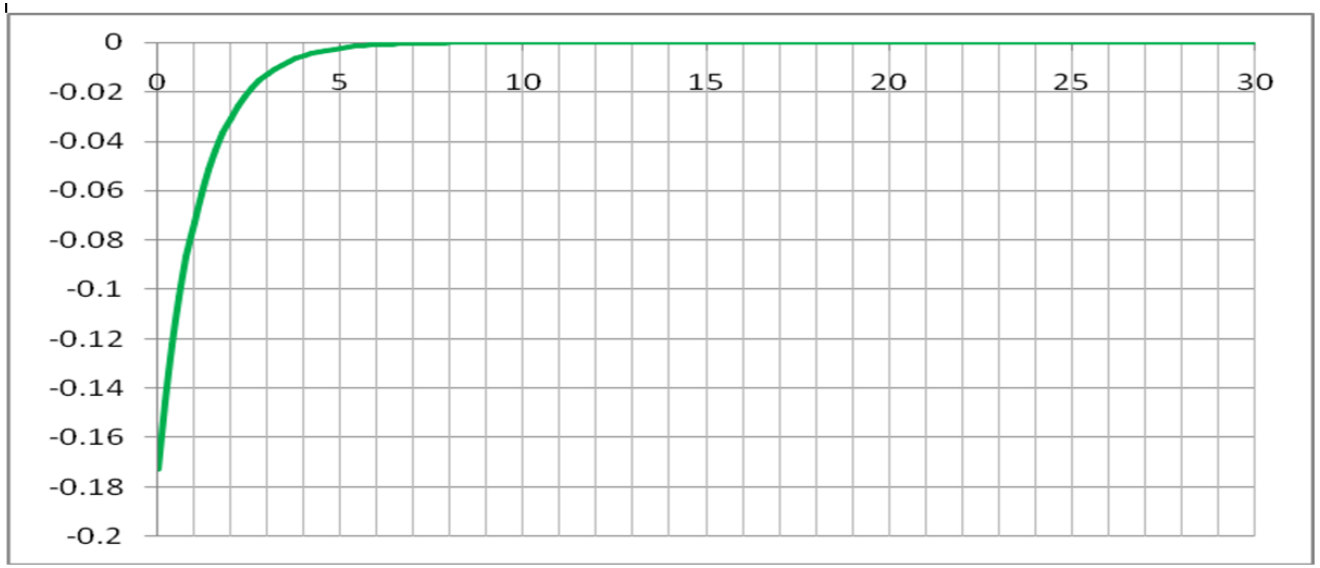
Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : **CRITERE SUR LA BF**

Exemple – Tracé des réponses impulsionnelles

$$L^{-1}\big(H(p)\big) = \mathbf{-0.173e^{-0.864t}} + 0.173e^{-0.0152t}\cos(0.439t) - 1.99e^{0.0152t}\sin(0.439t)$$

Réponse associée au pôle réel :



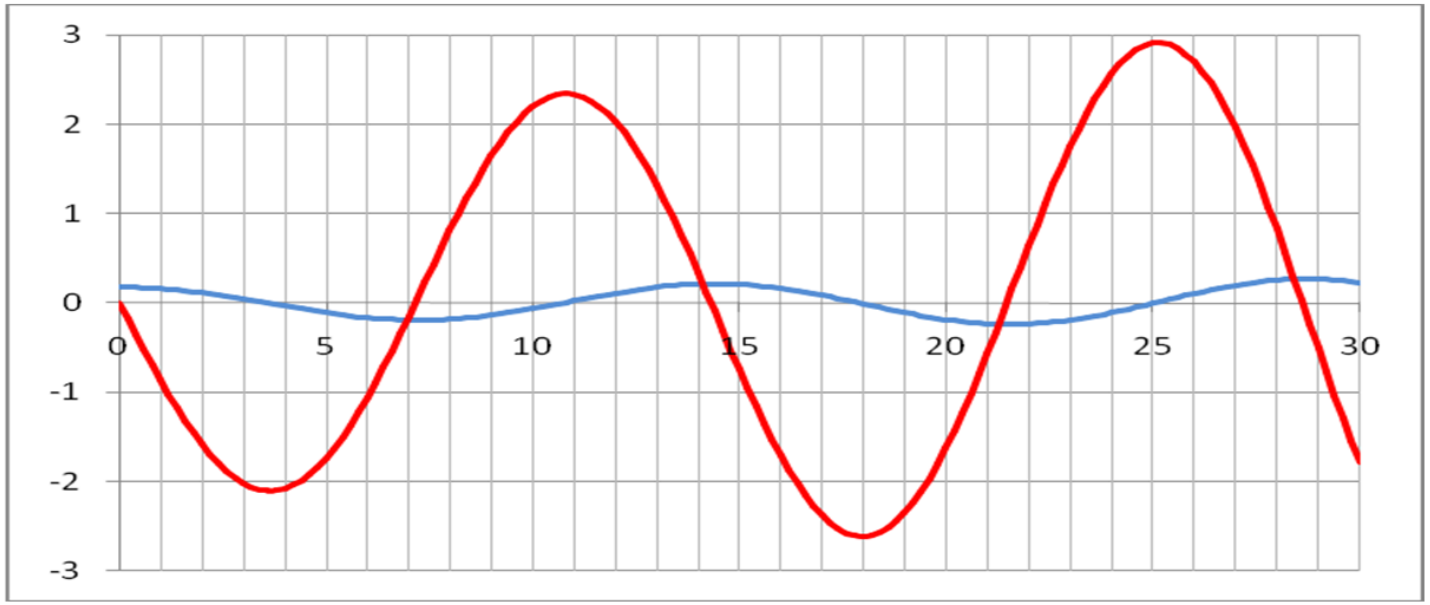
Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : **CRITERE SUR LA BF**

Exemple – Tracé des réponses impulsionnelles

$$L^{-1}\big(H(p)\big) = -0.173e^{-0.864t} + \mathbf{0.173}e^{-0.0152t}\,cos(0.439t) - \mathbf{1.99}e^{0.0152t}\sin(0.439t)$$

Réponse décomposée associée aux pôles complexes



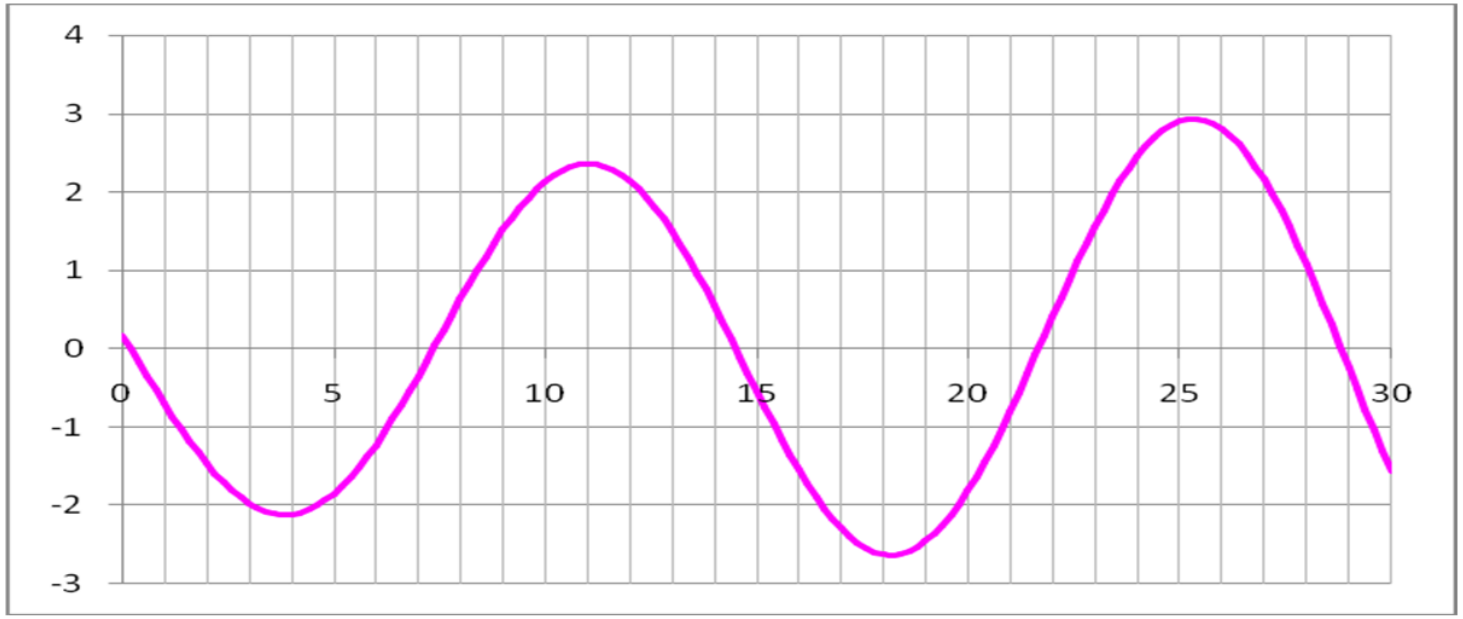
Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : **CRITERE SUR LA BF**

Exemple – Tracé des réponses impulsionnelles

$$L^{-1}\big(H(p)\big) = -0.173e^{-0.864t} + \mathbf{0.173e^{-0.0152t}\,cos(0.439t) - 1.99e^{0.0152t}\sin(0.439t)}$$

Réponse globale associée aux pôles complexes



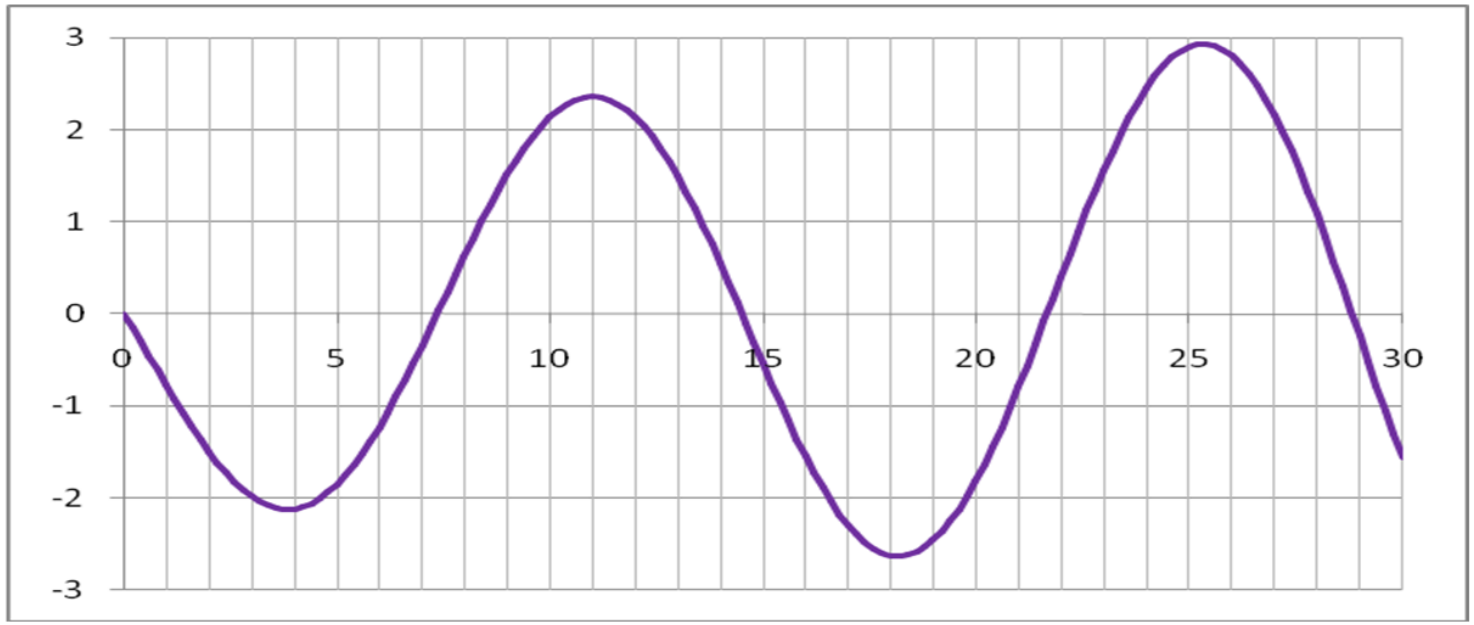
Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : **CRITERE SUR LA BF**

Exemple – Tracé des réponses impulsionnelles

$$L^{-1}\left(H(p)\right) = -0.173e^{-0.864t} + 0.173e^{-0.0152t}\,cos(0.439t) - 1.99e^{0.0152t}\sin(0.439t)$$

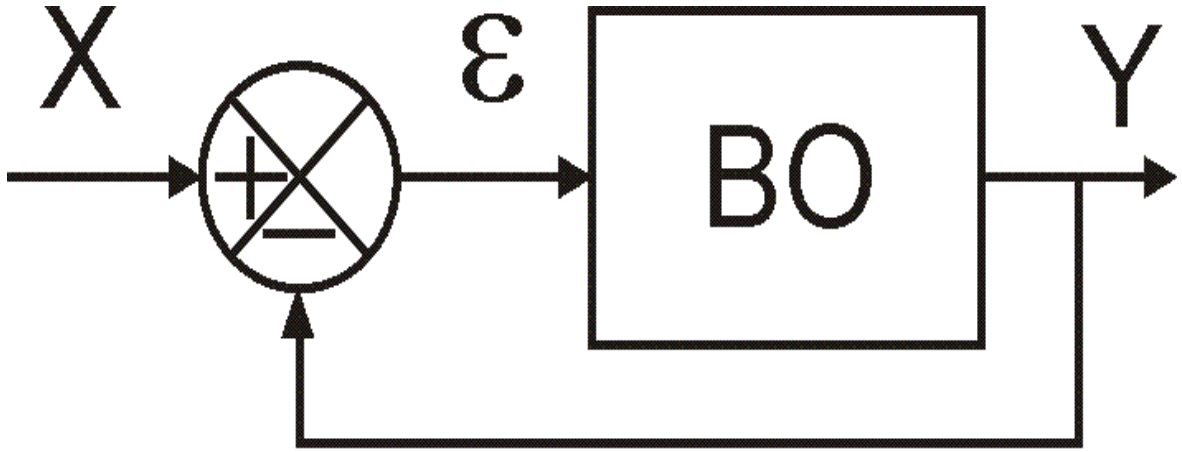
Réponse totale



Stabilité des systèmes asservis

Stabilité absolue et relative : **CRITERES SUR LA BO**

Exemple

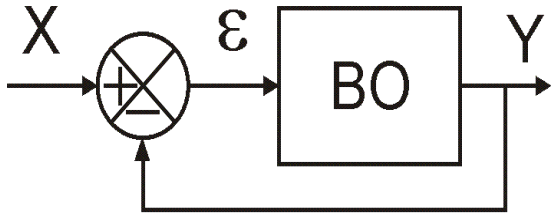


Stabilité des systèmes asservis

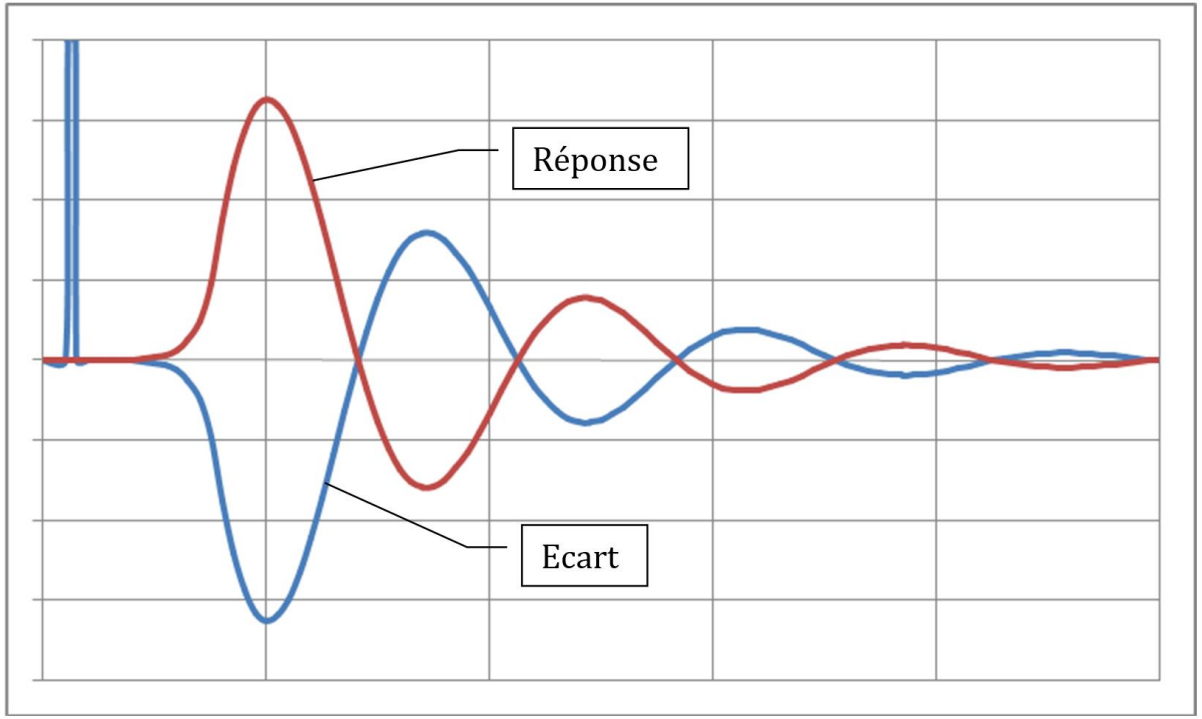
Stabilité absolue et relative : **CRITERES SUR LA BO**

Exemple

$$BO(p) = \frac{50}{1 + 0.1p + 0.001p^2}$$

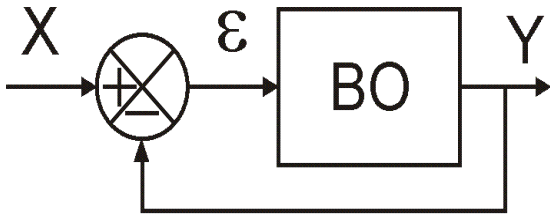


Réponse temporelle pour une entrée Dirac



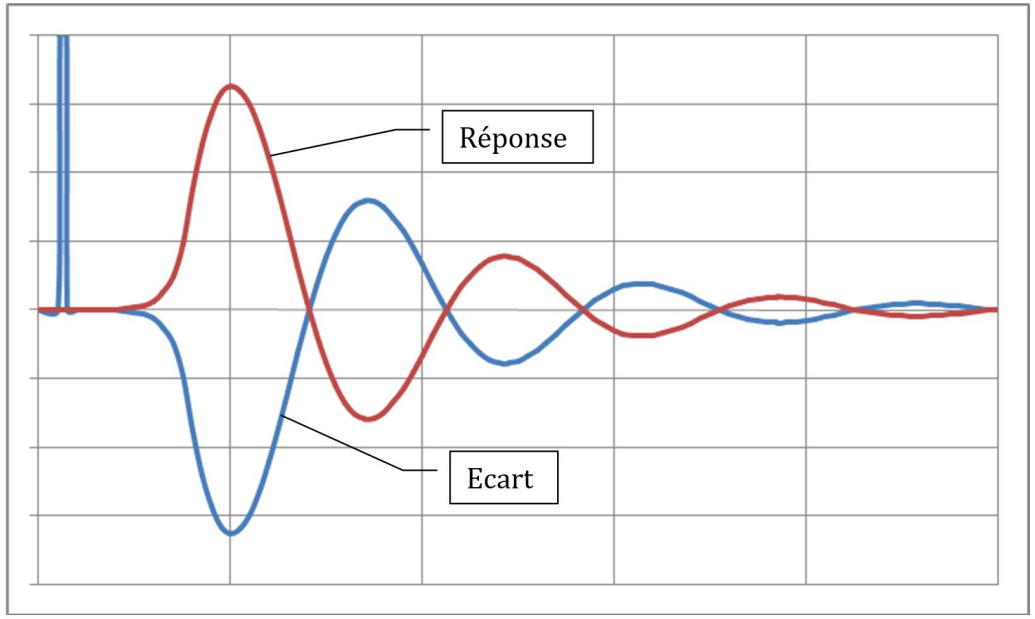
Stabilité des systèmes asservis

Stabilité absolue et relative : CRITERES SUR LA BO



Exemple

Réponse temporelle pour une entrée Dirac



Analyse des réponses

1) **Quelle que soit la sortie que l'on choisit d'extraire du schéma bloc, le dénominateur de la fonction de transfert en BF entre la consigne et la sortie choisie est le même**.

2) **La sortie de la BO est en opposition de phase avec son entrée** (sortie déphasée de 180° par rapport à l'écart) car à $t > 0^+$, Ecart = **-** Sortie

3) On sollicite la BO à la pulsation correspondant à un déphasage de 180°noté ici ω_{-180}.

Si on veut que la sortie converge, il est donc nécessaire que le gain de la BO à la pulsation ω_{-180} soit inférieur à 1.

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité absolue et relative : **CRITERES SUR LA BO**

Enoncé du critère sur la BO (Critère du REVERS)

La BO doit être stable ne pas comporter de pôles à partie réelle strictement positive.

Le système est stable en BF si $|BO(j\omega)| < 1$ quand $Arg(BO(j\omega)) = -180°$.

ω_{-180} = pulsation à laquelle $Arg(BO(j\omega))= -180°$

Si $|BO(j\omega_{-180})| < 1$ → système a de la marge de gain (MG)

→ **On peut multiplier le gain par $1/|BO(j\omega_{-180})|$ avant que le système devienne instable**.

Système stable ⇔ MG > 0 avec $MG = - 20 \log |BO(j\omega_{-180})|$

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité absolue et relative : **CRITERES SUR LA BO**

Enoncé du critère sur la BO (Critère du REVERS)

Pulsation critique ω_c → $|BO(j\omega_c)| = 1$

Si $Arg(BO(j\omega_c) > -180°$ → système a de la marge de phase ($M\varphi$) :

→ **On peut ajouter $M\varphi$ au déphasage sans que le système ne devienne instable**.

Système stable ⇔ Si $M\varphi > 0$ avec $M\varphi = 180 + Arg(BO(j\omega_c))$

L'étude des lieux de la fonction de transfert en BOUCLE OUVERTE d'un système permet donc d'étudier la stabilité du système en BOUCLE FERMEE.

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité absolue et relative : **CRITERES SUR LA BO**

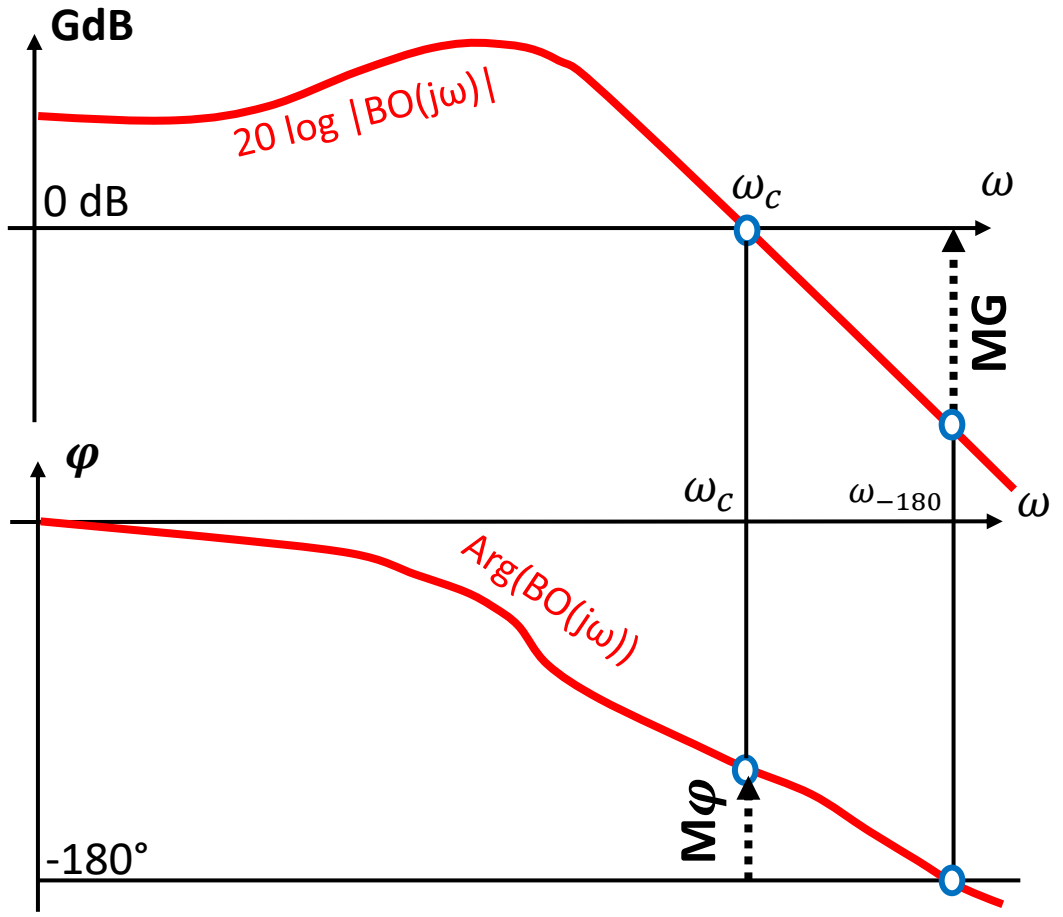
Stabilité d'un système avec le diagramme de Bode

Le tracé est celui de la BO.

Diagramme de gain : pulsation critique ω_c → **$GdB(\omega_c) = 0$**.

Diagramme de phase : ω_{-180} → **$\varphi(\omega) = -180°$**.

Remarque : Le système est stable si : **$GdB(\omega_{-180}) < 0$**
→ Marge de gain MG.



Stabilité des systèmes asservis

Stabilité absolue et relative : CRITERES SUR LA BO

La nécessité des marges

Marges → autorisent → variations autour du point de réglage initial du système = coefficients de sécurité

Bonne marge de stabilité :

Marge de phase = 45° (mesurée à la pulsation critique : GdB = 0)

Marge de gain = 6 dB à 12 dB

Remarque : Dans les sujets → **Marges de Gain et de Phase données dans le CdCF**

Marge de phase de 45° pour la BO :

- Dépassement de 20% pour la réponse indicielle en BF
- Résonance de 2.3 dB pour la réponse fréquentielle en BF

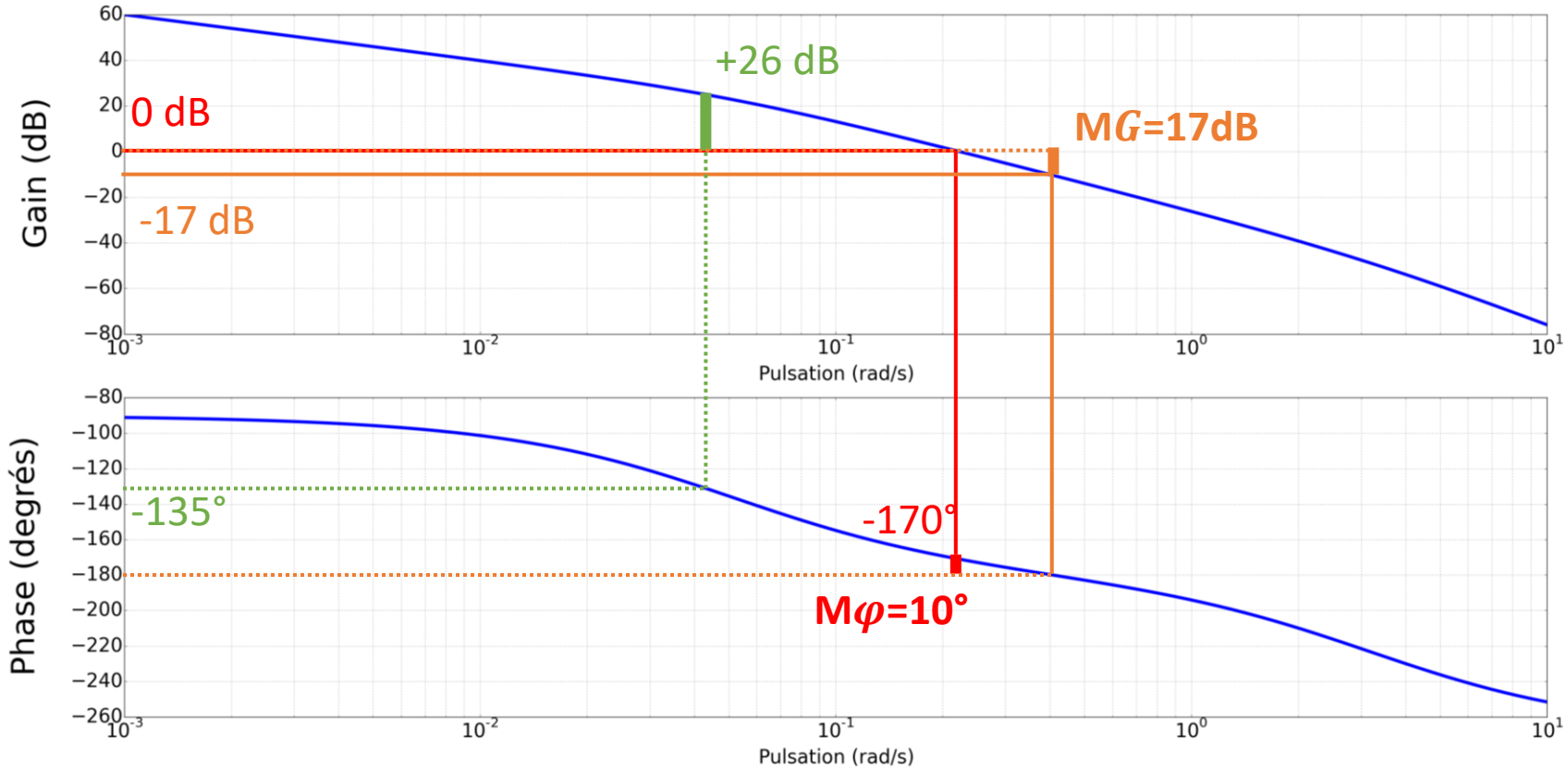
Stabilité des systèmes asservis

Stabilité absolue et relative : **CRITERES SUR** LA BO

Exemple

$$BF = \frac{1}{1 + p + 20p^2 + 6p^3} = \frac{BO}{1 + BO} \leftrightarrow BO(p) = \frac{1}{p(1 + 20p + 6p^2)}$$

CdCF :
MG = 6 dB
Mφ = 45°



MG = 17 dB √
Mφ = 10° X

Translater
la courbe de :
-26 dB

K = **0,05**

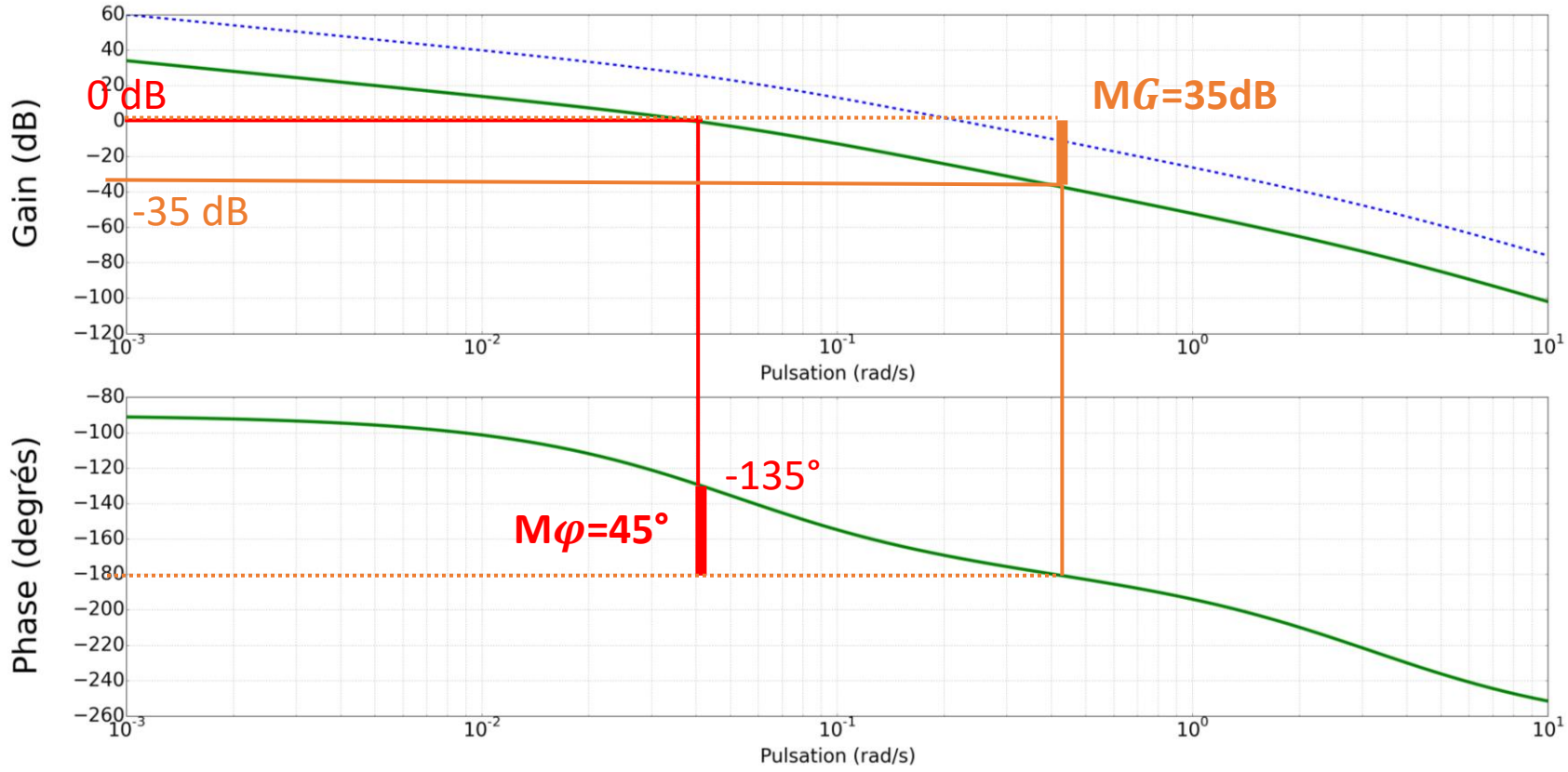
Stabilité des systèmes asservis

Stabilité absolue et relative : **CRITERES SUR** LA BO

CdCF :
MG = 6 dB
Mφ = 45°

Exemple

$$BF = \frac{1}{1 + p + 20\mathrm{p} + 6p^3} = \frac{BO}{1 + BO} \leftrightarrow BO(p) = \frac{1}{p(1 + 20p + 6p^2)}$$



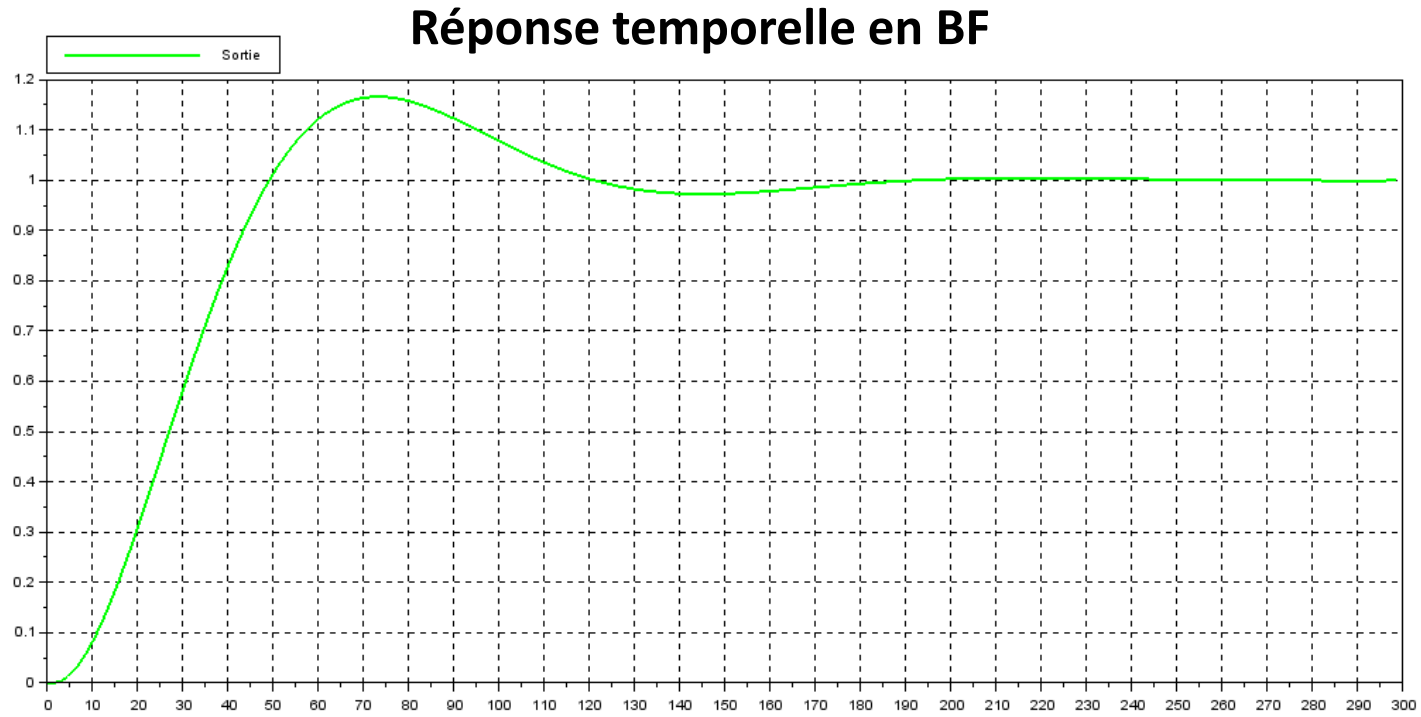
MG = 35 dB √
Mφ = 45° √

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité absolue et relative : **CRITERES SUR LA BO**

Suite de l'exemple

$$BF = \frac{1}{1 + p + 20p + 6p^3} = \frac{BO}{1 + BO} \leftrightarrow BO(p) = \frac{1}{p(1 + 5p + 6p^2)}$$



Remarque : Ici, $D_{1\%}$ = 23 %

Conclusions sur précision et stabilité

Influence de la classe et du gain sur la précision, la rapidité et la stabilité

Impact du gain et de la classe de la BO sur les performances en BF

	ω_c	MG	Mφ	Erreur
K_{BO} ↗	↗	↘	↘	↘
Classe ↗	↘	↘	↘	↘

Augmentation du Gain → système → + précis / + rapide / + instable

Augmentation de la Classe → système → + précis / + lent / + instable

Conclusions sur précision et stabilité

Evaluation de la stabilité

1) Par la recherche des **pôles** de la **BF**

2) Par l'évaluation de la **marge de gain** et de la **marge de phase** de la **BO**

Conclusions sur précision et stabilité

Evaluation de la précision

→ Critère absolu en comparant S(t) et E(t) : $\{\lim_{t\to\infty}[\mathbf{E(t)} - \mathbf{S(t)}]\}$ *ou* **FTBF + Théorème de la valeur finale** *ou* Réponse temporelle

→ **Tableau + Classe de la fonction de transfert en BO**

→ **Intégrateur -> placé -> avant une perturbation en échelon pour éliminer son influence dans l'erreur statique**

Le retard

Introduction explicative

Un retard peut rendre instable n'importe quel système !

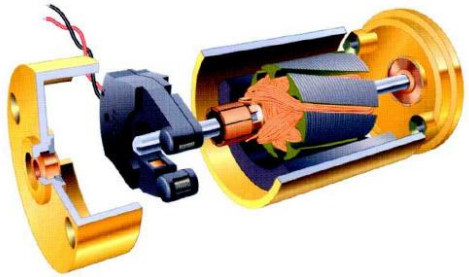
Causes des retards : **frottements, jeux, effort résistant** …

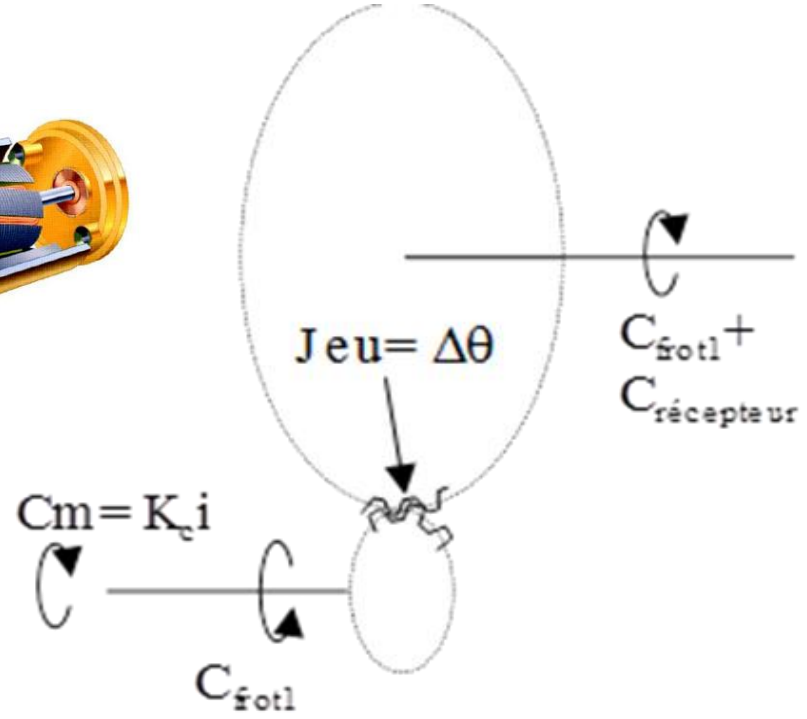
Couple moteur sur rotor : C_m

Frottement sec dans l'arbre moteur : C_{frot1}

Frottement sec dans l'arbre récepteur : C_{frot1}

Charge sur l'arbre récepteur : $C_{récepteur}$





<u>Equations du moteur :</u>

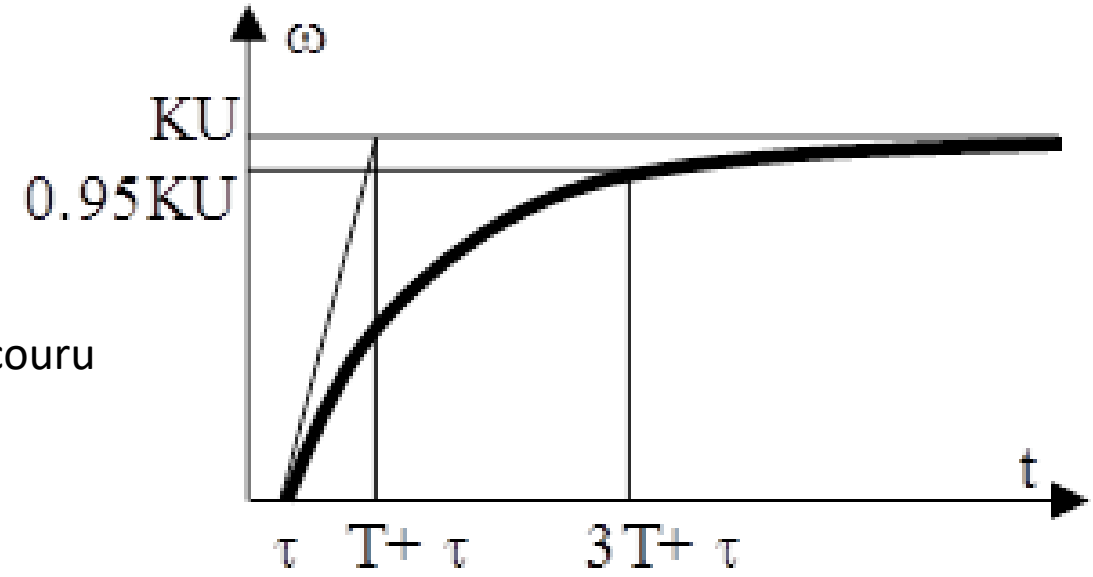
$$U(t) = K_e\ \omega(t) + R\ i(t) + L\frac{d\ i(t)}{dt}$$

$$K_c\ i(t) - C_r(t) = J_{eq}\frac{d\ \omega(t)}{dt} + f\ \omega(t)$$

$Cm = K_c\ i$

Le retard

L'étude de ce retard



1- Vaincre les frottements :

Le moteur ne tourne pas tant que $C_m = K_c\, i < C_{frot1}$.

2- Vaincre les jeux :

L'arbre moteur tourne seul jusqu'à ce que le jeu $\Delta\theta$ soit parcouru

3- Nouvelle perturbation :

$C_{frot1} + C_{récepteur}$ + inertie rapportée à l'arbre moteur

Réponse au démarrage → premier ordre avec retard :

$$H(p) = \frac{K\boldsymbol{e^{-\tau p}}}{1 + Tp}$$

Réponse fréquentielle en BO → Superposition :

$$H_1(p) = \frac{K}{1 + TP} \;\; et \;\; \boldsymbol{H_2(p) = e^{-\tau p}}$$

Le retard

L'étude de ce retard

Gain et la phase de $H_2(p)$: $GdB = 20\ log\left|e^{-j\tau\omega}\right|\ et\ \phi = Arg(e^{-j\tau\omega})$

$$GdB = 0\ et\ \boldsymbol{\phi = -\tau\omega}$$

Retard → ~~modifie~~ → gain de l'ensemble

Retard → ajoute un déphasage croissant linéairement avec la pulsation

Le retard

L'étude de ce retard

Cas où T = 10 τ

Diagramme de gain → inchangé

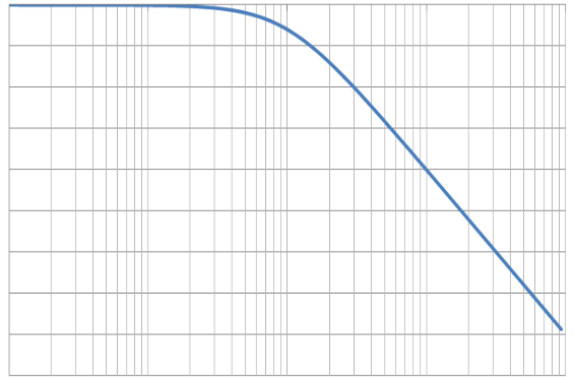
Premier ordre

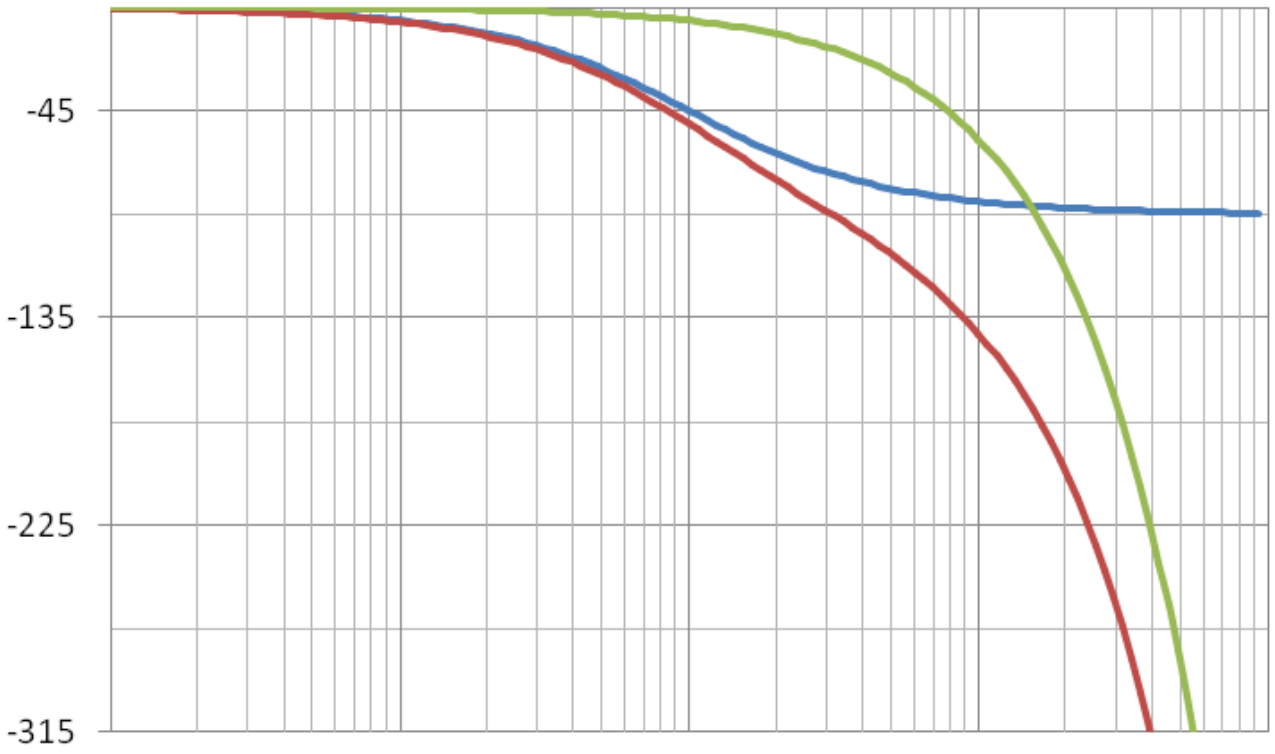
Retard

Somme

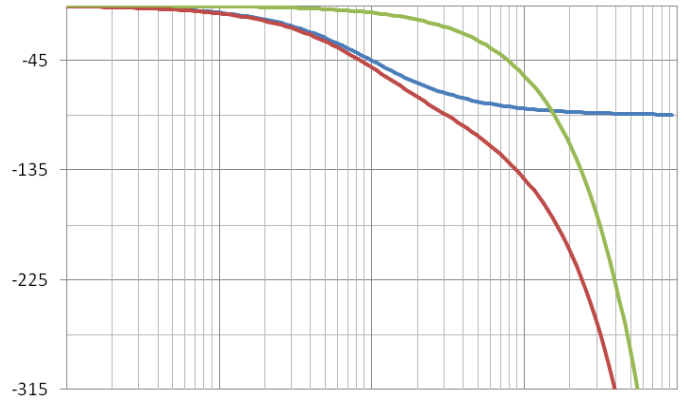
Phase descend bien au-dessous de -180°

Système du 1er ordre (**stable**) devient **instable** avec un retard (φ<-180°)



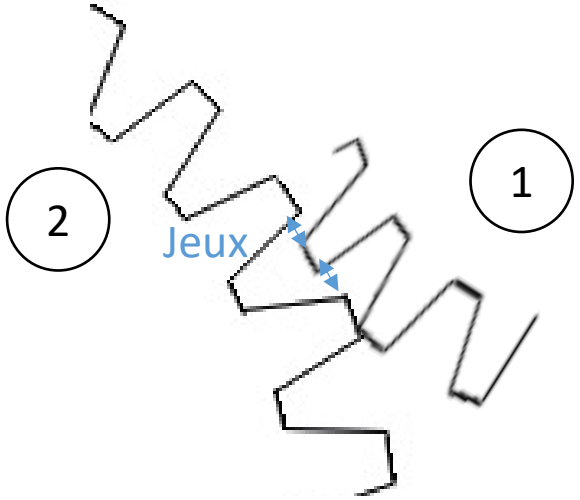


Le retard



L'étude de ce retard

Système du 1er ordre (**stable**) devient **instable** avec un retard (φ<-180°)



Si le retard est représenté par un jeu entre les roues dentées 1 et 2 :

Si l'on effectue des aller-retours très faibles de la roue dentée 1, à cause du retard, la roue dentée 1 ne touchera pas la roue dentée 2
→ le système ne marche pas au final !