

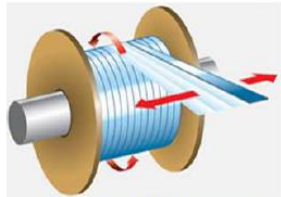
Travaux Pratiques FILTRAGE NUMERIQUE

Ce TP se fait en lien avec le programme d'informatique commune et permet entre autres d'aborder les compétences et connaissances associés suivantes :

- Mener une simulation numérique
- Résoudre numériquement une équation :
 - Intégration et dérivation numérique
- Effectuer des traitements à partir de données :
 - Traitement de fichier de données
 - Filtre numérique PB du 1er ordre
 - Moyenne glissante
 - Méthode des moindres carrés

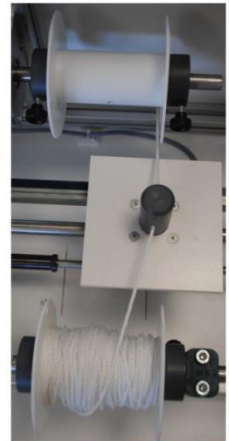
ACTIVITE 1 : Banc Uhing de Trancannage

On appelle trancannage l'action qui consiste à enrouler de manière ordonnée un corps souple de grande longueur (fil, tuyau, câble, bandelette, ...) sur un support d'enroulement (bobine, tambour, treuil, ...).



Principe du trancannage

L'action de trancanner consiste à enrouler spire par spire et couche par couche le corps à bobiner. Le but de cette action est d'économiser la place sur le support et/ou de permettre un déroulement automatique.

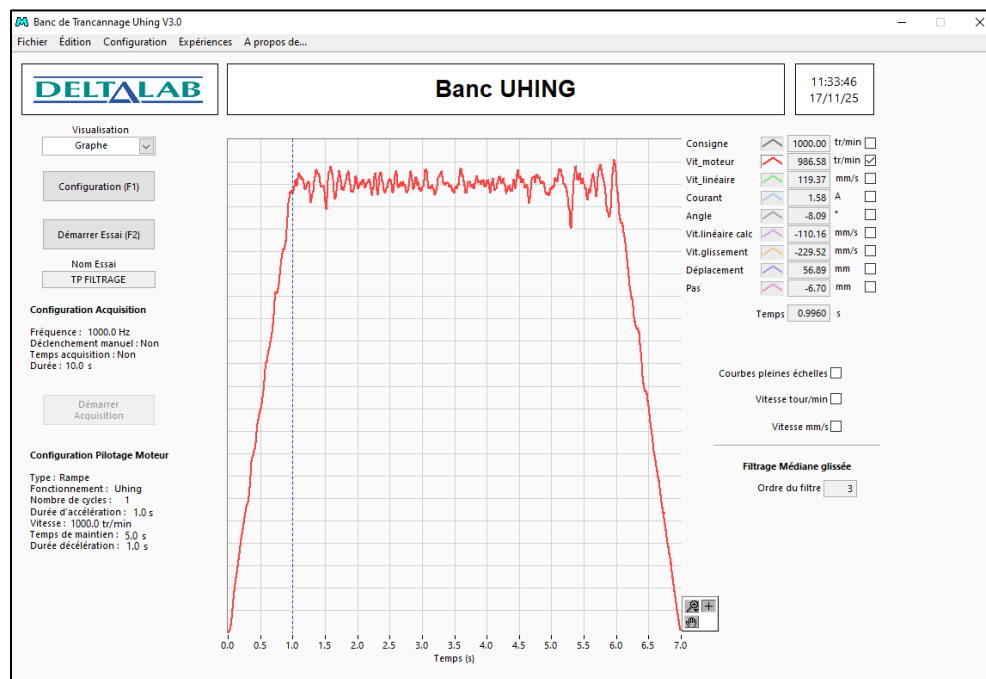


Décompresser le fichier **TP_FILTRAGE_NUMERIQUE** (« clic droit » sur le dossier zippé puis « Extraire le dossier »).

Le banc de trancannage présent dans le laboratoire de SII est équipé de capteurs qui permettent d'acquérir des grandeurs physiques dont la vitesse de rotation du moteur (**voir vidéo disponible dans le dossier**).

L'objectif de cette activité est de déterminer l'accélération angulaire du moteur à partir de l'acquisition de sa vitesse de rotation.

Le logiciel du système de banc Uhing de trancannage fourni une acquisition de la vitesse.



Les résultats d'une acquisition de la vitesse de rotation du moteur suite à une consigne en trapèze de vitesse figurent dans le fichier « *tran_vit.py* ».



Ouvrir le fichier avec *Spider*, compléter le chemin où se trouvent les fichiers (*ligne 13*) puis exécuter le script afin de visualiser la vitesse de rotation du moteur.



Donner la valeur de l'accélération angulaire pour les phases suivantes :

- entre $t = 0$ s et $t = 0,5$ s
- entre $t = 0,5$ s et $t = 2,5$ s
- entre $t = 2,5$ s et $t = 3$ s

Détermination numérique de l'accélération du moteur



En utilisant un schéma de dérivation arrière, exprimer l'accélération angulaire du moteur à l'instant t (notée a_k) en fonction de la vitesse de rotation du moteur aux instants t et $t - T_e$ (notées respectivement ω_k et ω_{k-1}) et de la période d'échantillonnage T_e .

T_e la période d'échantillonnage de la mesure est de 0.001 seconde.



Ouvrir le fichier « *tran_acc_1pas a completer.py* » et compléter le chemin où se trouvent les fichiers (*ligne 13*).



Compléter la fonction *deriv_1pas* qui permet d'obtenir l'accélération angulaire du moteur par schéma de dérivation arrière.



Exécuter le programme et commenter la courbe d'accélération du moteur.

Pour pallier au problème mis en évidence à la question précédente, il existe plusieurs possibilités que nous allons détailler dans la suite :

- réaliser la dérivée de la fonction considérée sur plusieurs pas,
- filtrer numériquement les données initiales avec un filtre passe bas,
- faire une moyenne glissante sur les données initiales.

Dérivation numériquement sur plusieurs pas

La méthode est similaire à celle employée aux questions précédentes mais au lieu de considérer les points x_k et x_{k-1} (qui ne sont séparés que par 1 pas) on prend les points x_k et x_{k-m} qui sont séparés d'un nombre m de pas.



Ouvrir le fichier « *tran_acc_kpas a completer.py* » et compléter le chemin où se trouvent les fichiers (ligne 13).



Compléter la fonction *deriv_kpas* qui permet d'obtenir l'accélération angulaire du moteur par schéma de dérivation arrière sur plusieurs pas. Compléter aussi la *ligne 93* du programme afin d'obtenir l'accélération angulaire pour 1 pas, 10 pas, 30 pas, 60 pas, 1000 pas.



Exécuter le programme, commenter les courbes d'accélération du moteur obtenues et choisir la valeur du pas qui paraît la plus pertinente.

Filtrage numérique des données avec un filtre passe-bas avant de dériver

On peut utiliser un filtre numérique du 1^{er} ordre.

L'équation différentielle de ce type de filtre est : $\tau \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = e(t)$ avec τ une constante.



En utilisant un schéma d'intégration avant, exprimer la sortie du filtre à l'instant $t + T_e$ (notée s_{k+1}) en fonction de la sortie du filtre à l'instant t (notée s_k), de l'entrée du filtre à l'instant t (notée e_k), de τ et de T_e .



Ouvrir le fichier « *tranc_acc_filtre a completer.py* » et compléter le chemin où se trouvent les fichiers (ligne 13).



Compléter la fonction *filtre* permettant d'appliquer aux données d'entrée (vitesse) un filtre du 1^{er} ordre de constante de temps τ .



Exécuter le script avec plusieurs valeurs de τ , commenter l'allure des courbes obtenues et choisir la valeur de τ la plus pertinente.

Moyenne glissante sur les données initiales

La moyenne glissante est une moyenne qui au lieu d'être calculée sur l'ensemble des n valeurs d'un échantillonnage, est calculée tour à tour sur chaque sous-ensemble de N valeurs consécutives ($N \leq n$) ; le sous-ensemble utilisé pour calculer chaque moyenne « glisse » sur l'ensemble des données. On appelle N , l'ordre de la moyenne glissante.

Par exemple, le tableau suivant montre les moyennes mobiles simples sur 3 valeurs, pour une série de 9 mesures.

Valeur de la mesure	2	3	4	6	8	8	7	5	1
Moyenne glissante	Non calculée	Non calculée	9/3	13/3	18/3	22/3	23/3	20/3	13/3

La relation permettant de déterminer la moyenne mobile (quand elle existe) est : $\bar{x}_n = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{x_{n+i}}{N}$



Ouvrir le fichier « *tran_acc_mg a completer.py* » et compléter le chemin où se trouvent les fichiers (ligne 13).



Compléter la fonction *moyenneglissante* permettant de réaliser une moyenne glissante à l'ordre N sur les données d'entrées.



Exécuter le programme pour différentes valeurs de l'ordre N de la moyenne glissante. Commenter les courbes d'accélération obtenues et choisir la valeur de N la plus pertinente.

ACTIVITE 2 : Galet freineur

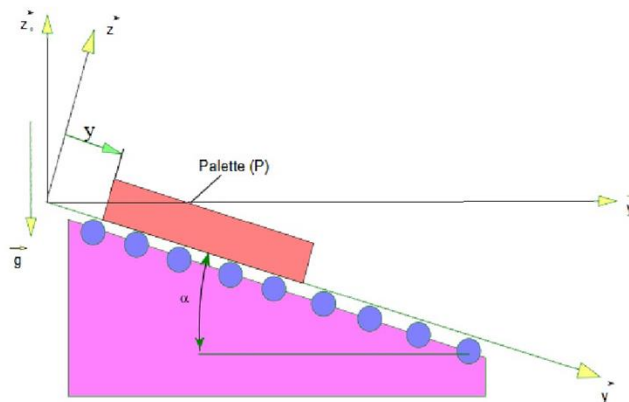
Les galets freineurs s'intègrent dans des installations de stockage. Ils permettent de contrôler la vitesse de déplacement gravitaire de palettes et d'éviter que la palette dévale la pente jusqu'à la butée.

Le galet de type 7302 étudié est un système mécanique dont le but est de maîtriser la vitesse.

Il est utilisable pour freiner des charges variant de 35 kg à 1000 kg.



Objectif : On cherche à estimer la force de résistance T résultant des frottements sur l'axe des rouleaux porteurs de la palette lors de son mouvement en descente pour valider l'hypothèse T négligeable.



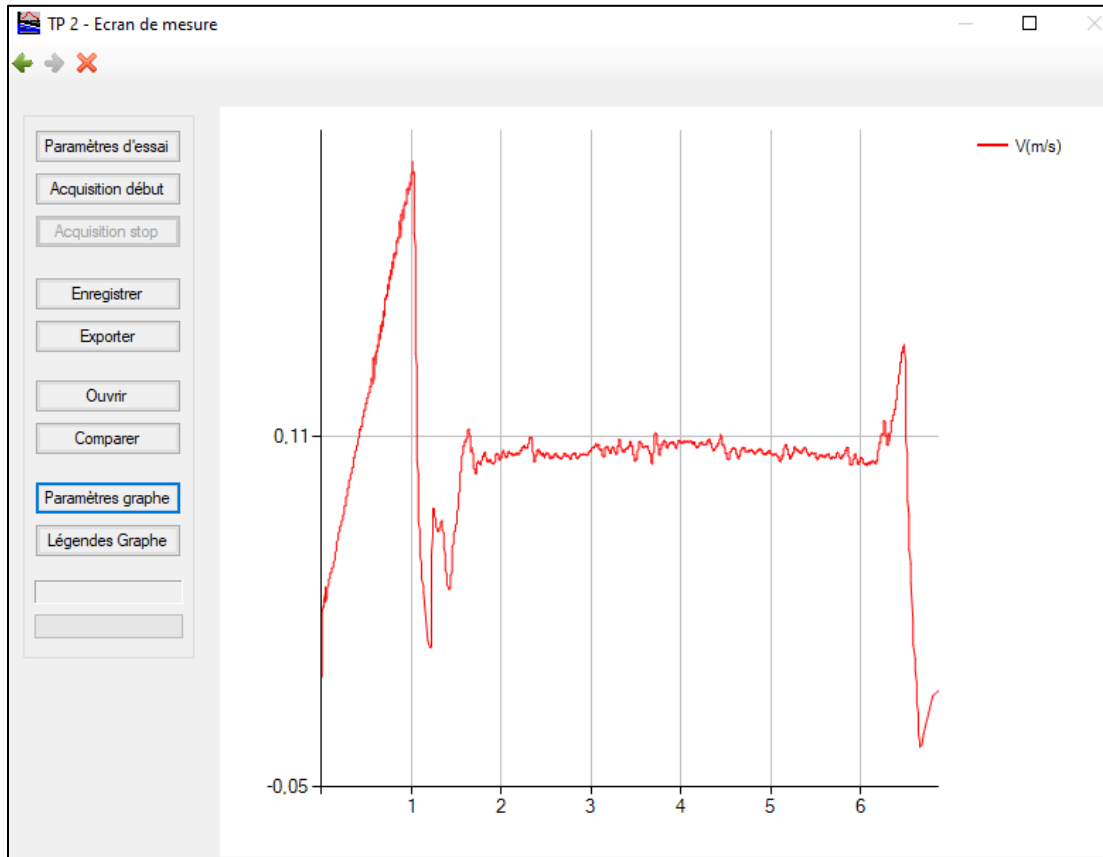
Appliquer le **théorème de la résultante dynamique** à la **palette** en projection sur l'axe du déplacement de la palette. En déduire l'expression de la force résultante T en fonction de l'accélération \ddot{y} , de la masse M de la palette et de l'angle α .

Une expérience visant à acquérir la position et la vitesse de la palette au cours de sa descente à l'aide du logiciel du banc EX1200 dans les conditions suivantes a été réalisée (**voir la vidéo disponible dans le dossier**) :

- La palette est posée sur les galets porteurs.
- Le galet freineur est installé.
- A $t = 0$, la palette est immobile en position haute.
- La masse totale sur le plateau est de 50 kg.
- L'angle d'inclinaison est de 6° .

Un capteur potentiométrique permet l'acquisition de la position de la palette. La vitesse est obtenue par dérivation.

Ci-dessous un exemple d'acquisition pour la vitesse de la palette



Identifier la zone en mouvement de « lâcher » sur la courbe obtenue, la zone de freinage par le galet et la zone d'accélération en fin de mouvement.

Les données acquises précédemment seront traitées avec un programme Python partiellement complété qui vous est fourni.



Compléter la *ligne 12* du fichier python avec l'emplacement du fichier.

Détermination de la position de la palette par intégration



En utilisant la méthode d'intégration par les rectangles, écrire une fonction permettant d'obtenir la position en intégrant la vitesse par la méthode des rectangles. Compléter la *ligne 93* du code.



Comparer la courbe obtenue par intégration par rapport à celle mesurée par le capteur. Conclure.



En utilisant la méthode d'intégration par les trapèzes, écrire une fonction permettant d'obtenir la position en intégrant la vitesse par la méthode des trapèzes. Compléter la *ligne 108* du code.



Comparer la courbe obtenue par intégration par rapport à celle mesurée par le capteur. Conclure

Détermination de l'accélération de la palette



Ecrire une fonction dérivation $deriv(L,T)$ qui à partir de deux listes L et T renvoie la liste dérivée des éléments de L par rapport à la discrétisation de T.



Appliquer cette fonction pour tracer l'évolution de l'accélération et de la vitesse de la palette.

Réalisation d'un filtre numérique d'ordre 1 et par moyenne glissante

Réalisation du filtre numérique d'ordre 1

Le concept est d'obtenir une liste de signal filtré LF à partir d'une liste de signal non filtrée L et d'une liste de temps T.

La relation est de la forme $\tau \cdot \frac{dL(t)}{dt} + LF(t) = L(t)$



Ecrire la relation de récurrence qui permet d'obtenir la liste LF en utilisant la méthode d'Euler explicite. L'approximation d'une dérivée par la méthode d'Euler explicite est rappelée ci-dessous :

$$f'(x_i) \approx \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i}$$



Ecrire la fonction *filtre(L,tau,T)* qui prend en argument deux listes de même taille L et T ainsi qu'un réel τ et qui renvoie la liste L filtrée.

Remarque : Une réflexion sera portée sur le choix de la première valeur de la liste filtrée.



Tracer la courbe. La valeur de τ sera prise égale au pas d'échantillonnage, tester pour différentes valeurs de τ .

Réalisation d'un filtre par moyenne glissante



Ecrire une fonction *filtre_mg(L,N)* qui prend en argument une liste L ainsi que l'ordre de la moyenne glissante N et qui retourne la liste L filtrée.



Tester afin d'obtenir la courbe d'accélération et afficher les résultats obtenus pour différentes valeurs de N.



Tracer le résultat du filtre d'ordre 1 et de la moyenne glissante sur le même graphique avec les valeurs τ et N choisies.

Calcul de l'accélération à partir de la régression de la courbe de vitesse

Comme la dérivation numérique a tendance à bruite les courbes une autre idée consiste à travailler sur la courbe de vitesse et pas d'accélération.



Tracer la courbe de vitesse et repérer les indices correspondant à la zone utile du freinage avec le galet.

La courbe de vitesse est clairement moins bruitée que la courbe d'accélération. Il reste à faire une régression linéaire sur la partie centrale de la courbe.

La régression linéaire consiste à chercher les paramètres a et b définissant la droite $y = a.x + b$ qui passe au plus près d'un ensemble de points (x_k, y_k) . Les paramètres a et b sont déterminés par la méthode des moindres carrés qui consiste, dans le cas d'une régression linéaire, à minimiser la quantité (appelée fonction erreur) :

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^N (y_k - a.x_k - b)^2$$

Le minimum de $Q(a, b)$ est obtenu lorsque ses dérivées par rapport à a et b sont nulles. Il faut donc résoudre le système à deux équations à deux inconnues suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial Q(a, b)}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial Q(a, b)}{\partial b} = 0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} -2 \sum_{k=1}^N x_k \cdot (y_k - a.x_k - b) = 0 \\ -2 \sum_{k=1}^N (y_k - a.x_k - b) = 0 \end{cases}$$

Les solutions de ce système sont : $a = \frac{N \cdot \sum_{k=1}^N x_k \cdot y_k - \sum_{k=1}^N x_k \sum_{k=1}^N y_k}{N \cdot \sum_{k=1}^N x_k^2 - (\sum_{k=1}^N x_k)^2}$ et $b = \frac{\sum_{k=1}^N x_k \sum_{k=1}^N y_k - \sum_{k=1}^N x_k \sum_{k=1}^N x_k \cdot y_k}{N \cdot \sum_{k=1}^N x_k^2 - (\sum_{k=1}^N x_k)^2}$



Créer une fonction *moindres_carres(X,Y)* qui prend en argument deux liste X et Y et renvoie les coefficient (a,b) de la droite des moindres carrés.

Remarque : Il est possible de décomposer le problème en plusieurs sous fonctions.



Appliquer la méthode des moindres carrés à la zone utile et en déduire le coefficient directeur puis l'accélération moyenne approchée par cette méthode.



Pour les 3 méthodes utilisées (moyenne glissante, filtre et moindres carrés) déterminer l'accélération moyenne, et en déduire la valeur de T .



Conclure sur les méthodes utilisées et sur l'hypothèse T négligeable durant la phase de freinage du galet.

ACTIVITE 3 : MAXPID

L'objectif de cette activité est d'obtenir la loi E/S du système entre la rotation du bras et celle du moteur en fonction

de l'angle du bras, soit $\frac{\dot{\theta}_1}{\dot{\theta}_m} = f(\theta_1)$.



Ouvrir le fichier avec *Spider*, compléter le chemin où se trouvent les fichiers (*ligne 12*) puis exécuter le script afin de visualiser la position du bras, la vitesse de rotation du bras et celle du moteur en fonction du temps.



Sélectionner une plage de temps ou d'angle (et donc d'indices) pour laquelle il est intéressant d'obtenir la loi E/S entre la vitesse de rotation du bras et celle du moteur.

Remarque : Pour toute la suite, on tracera l'évolution de la loi E/S sur cette plage de temps (ou d'indice)



Tracer la courbe de la loi E/S en fonction de la position du bras. Analyser la courbe obtenue.



Réaliser un filtrage à l'ordre 1 de la courbe de la loi E/S en fonction de la position du bras. Analyser le résultat.



Réaliser un filtrage des 2 courbes de vitesse puis tracer la courbe de la loi E/S en fonction de la position du bras. Conclure



Réaliser un filtrage par moyenne glissante de la courbe de la loi E/S en fonction de la position du bras. Analyser le résultat.



Réaliser un filtrage par moyenne glissante des 2 courbes de vitesse puis tracer la courbe de la loi E/S en fonction de la position du bras. Conclure.



Linéariser la courbe de la loi E/S en fonction de la position du bras par la méthode des moindres carrés.



Linéariser les 2 courbes de la vitesse de rotation du bras et de la vitesse de rotation du moteur par la méthode des moindres carrés. Tracer la loi E/S en fonction de l'angle du bras à partir des 2 courbes linéarisées par la méthode des moindres carrés.

On rappelle la loi E/S théorique :

$$\frac{\dot{\theta}_1}{\dot{\theta}_m} = \frac{\omega_{10}}{\omega_{32}} = \frac{\sqrt{0,018 + 0,011 \cdot \cos(\theta_1) - 0,013 \cdot \sin(\theta_1)}}{8,64 \cdot \sin(\theta_1) + 10,21 \cdot \cos(\theta_1)}$$



Tracer la courbe théorique de la loi E/S pour un angle $10^\circ \leq \theta_1 \leq 80^\circ$



Comparer les courbes obtenues à la courbe théorique. Conclure.



Donner la démarche et effectuer les calculs permettant de retrouver la loi E/S théorique.

